

JAN TALAGA

Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska, Kraków

# Analiza możliwości określania dyssypacji energii turbulencji cieczy w mieszalniku w oparciu o jednowymiarowe spektra energii

## Wprowadzenie

Końcowym efektem wewnętrznego transportu kinetycznej energii turbulencji jest jej dyssypacja zachodząca wskutek lepkości płynu, w zakresie najdrobniejszych struktur wirowych, charakteryzujących przepływ. W mieszalnikach mechanicznych wielkość ta stanowi ważny parametr wiążący ze sobą przepływ cieczy z efektami procesu technologicznego realizowanego w aparacie; wpływa na przykład na tak istotne zmienne procesowe, jak wielkość pęcherzy dyspergowanego gazu, wielkość kropeł cieczy, czy też powstawanie zawiesiny ciała stałego [1].

W przypadku homogenicznej w przestrzeni struktury turbulencji prędkość dyssypacji kinetycznej energii ruchu turbulentnego opisuje zależność:

$$\varepsilon = \nu \overline{\left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)} \quad (1)$$

która wyrażona zostaje przez macierz kwadratową o dziewięciu wzajemnie różnych składnikach [2]. Ponieważ bezpośredni pomiar dyssypacji energii jest niemożliwy do zrealizowania, dlatego w celu określenia tej wielkości stosowane są różne metody pośrednie bazujące na pomiarach prędkości fluktuacyjnych oraz na zależnościach wynikających z teorii przepływów turbulentnych [3, 4].

Przedmiotem prezentowanej pracy są wyniki przeprowadzonych badań doświadczalnych i obliczeń, których celem była weryfikacja i ocena możliwości wyznaczania dyssypacji kinetycznej energii turbulencji cieczy w mieszalniku na podstawie jednowymiarowych spektrów energii w oparciu o drugą hipotezę *Kołmogorowa*. Otrzymane wyniki obliczeń dyssypacji energii porównano z wartościami uzyskanymi przy zastosowaniu innej metody wyznaczania tej wielkości, a mianowicie na podstawie równania wynikającego z analizy wymiarowej, po uprzednim określeniu występującej w nim stałej proporcjonalności  $C$ .

## Podstawy teoretyczne

Zgodnie z drugą hipotezą *Kołmogorowa* [2], przy dostatecznie dużych liczbach *Reynoldsa* w spektrum energii można wyróżnić tzw. podobszar bezwładnościowy, w którym produkcja energii turbulencji równoważy jej dyssypację. W obszarze tym liczba *Reynoldsa*  $Re_\lambda$  ruchu fluktuacyjnego jest jeszcze na tyle duża, że można pominać całkowicie wpływ lepkości płynu i wówczas trójwymiarowa funkcja gęstości energii  $E(k)$  zależy wyłącznie od wartości liczby falowej  $k$  i prędkości dyssypacji  $\varepsilon$ , co pozwala wyrazić ją wzorem (tzw. „prawo  $-5/3$ ”):

$$E(k) = \alpha \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (2)$$

w którym  $\alpha$  jest uniwersalną stałą *Kołmogorowa* a jej wartość wynosi  $1,4 \div 1,7$  [5]. W pracy przyjęto do obliczeń  $\alpha = 1,5$  [6]. Prawo  $-5/3$  obowiązuje również w odniesieniu do jednowymiarowych spektrów energii  $F_{ii}(k)$ , co w przypadku przepływu np. w kierunku osi  $i = 1$  można wyrazić w postaci zależności:

$$F_{11}(k_1) = \alpha_1 \varepsilon^{2/3} k_1^{-5/3} \quad (3)$$

w której  $\alpha_1$  jest nową stałą wynoszącą  $\alpha_1 = (18/55)\alpha$  [5], natomiast  $k_1$  jest liczbą falową, będącą jedną ze współrzędnych wektora liczb falowych  $k$ , która jest związana z częstotliwością fluktuacji prędkości  $f$  zależnością [7]:

$$k_1 = \frac{2\pi}{u_1} f \quad (4)$$

Uwzględniając w równaniu (3) zależność (4) oraz następujący związek pomiędzy jednowymiarową funkcją spektralną, określoną w dziedzinie liczb falowych, a tą samą funkcją określoną w dziedzinie częstotliwości:

$$F_{11}(k_1) = \frac{u_1}{2} \pi F_{11}(f) \quad (5)$$

otrzymamy „prawo  $-5/3$ ” zapisane w dziedzinie częstotliwości, a więc za pomocą wielkości, w funkcji której wyznaczane są z pomiarów jednowymiarowe spektra energii, tj.:

$$F_{11}(f) = \alpha_1 \varepsilon^{2/3} \left( \frac{2\pi}{u_1} \right)^{-2/3} f^{-5/3} = A f^{-5/3} \quad (6)$$

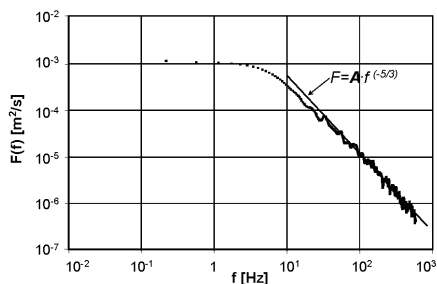
Uwzględniając powyższą zależność, wartość dyssypacji energii obliczano ostatecznie z równania:

$$\varepsilon = A^{3/2} \alpha_1^{-3/2} \left( \frac{2\pi}{u_1} \right) \quad (7)$$

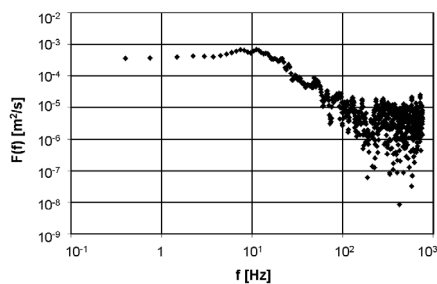
w którym  $A$  jest współczynnikiem proporcjonalności wyznaczanym każdorazowo z funkcji postaci  $F = A f^{-5/3}$ , aproksymującej wyniki pomiarów spektrum energii w obszarze bezwładnościowym (Rys. 1).

## Opis badań i obliczeń

Jednowymiarowe funkcje spektralne wyznaczano w pracy na podstawie wyników pomiarów chwilowych prędkości przepływu cieczy i uzyskanych na ich podstawie składowych fluktuacyjnych  $u'$ . Pomiarów prędkości dokonywano za pomocą anemometru laserowego w mieszalniku z dnem płaskim o średnicy 286 mm, wyposażonym w mieszadło turbinowe tarczowe o standardowej geometrii. Wysokość usytuowania



Rys. 1. Aproxymacja jednowymiarowego widma kinetycznej energii turbulencji w podobszarze bezwładnościowym za pomocą funkcji postaci  $F = Af^{-5/3}$



Rys. 2. Jednowymiarowe widmo kinetycznej energii turbulencji uzyskane bezpośrednio z pomiarów

w kierunku promieniowym  $\varepsilon_1$  jest około 10 razy większa niż w kierunku obwodowym  $\varepsilon_3$ .

W celu określenia średniej wielkości dyssypacji na podstawie pomiarów wykonanych dla trzech kierunków przepływu obliczano wartość średnią, jako średnią geometryczną, tj.:

$$\varepsilon = \sqrt[3]{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3} \quad (8)$$

Na wykresie zamieszczonym na rys. 4 przedstawiono porównanie wyznaczonych średnich wartości dyssypacji energii (w postaci bezwymiarowej) z wynikami obliczeń dyssypacji na podstawie równania wymiarowego  $\varepsilon = C \cdot (u^3/L)$ , w którym  $C$  jest wyznaczoną stałą równą 4,83, natomiast  $L$  jest wielkością makroskali turbulencji.

### Porównanie i ocena metody

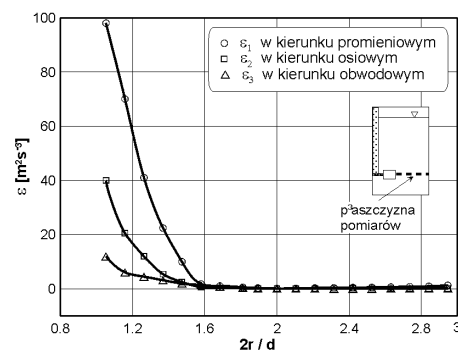
Uzyskane wyniki obliczeń dyssypacji energii są porównywalne z wynikami uzyskanymi na podstawie równania wymiarowego i wielkości makroskali turbulencji równej  $L = d/2$  (gdzie  $d$  jest średnicą mieszadła).

Wyznaczanie dyssypacji kinetycznej energii turbulencji na podstawie jednowymiarowych spektrów energii jest możliwe tylko wówczas, gdy charaktery-

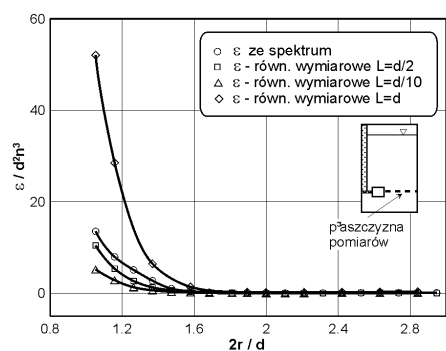
zująca przepływ średnia liczba *Reynoldsa* jest na tyle duża, że w spektrum energii można wyróżnić obszar uniwersalnej równowagi wraz z podobszarem bezwładnościowym. Powyższy warunek sprawdzano, licząc dla każdego punktu pomiarowego liczbę *Reynoldsa* przepływu fluktuacyjnego  $Re_\lambda = (\lambda u')/\nu$ , w której  $\lambda$  jest wielkością mikroskali *Taylor* wyznaczoną we wcześniejszej pracy [11]. Otrzymywane wartości większe od 100 potwierdzały [2] istnienie obszaru uniwersalnej równowagi w wyznaczanych spektrach energii.

### LITERATURA

1. J. Kamiński: Mieszanie układów wielofazowych, Warszawa, WNT, 2004.
2. J.W. Elsner: Turbulencja przepływów, Warszawa, WNT, 1987.
3. J. Stelmach, T. Kurasinski, C. Kuncewicz: Inż. Chem. Proc. 26, 201 (2005).
4. S. Kresta, P. Wood: Chem. Eng. Sci. 48, 1761 (1993).
5. J. W. Elsner, S. Drobnik: Metrologia turbulencji przepływów, Wydawnictwo PAN, 1995.
6. J. Bałdyga: Mat. XVI Ogólnopol. Konf. Inż. Chem. Proces. Kraków-Muszyna, Tom I, 7 (1998).
7. Z. Jaworski: Numeryczna mechanika płynów w inżynierii chemicznej i procesowej, Warszawa, AOW Exit, 2005.
8. Dantec Dynamics A/S, BSA Flow Software, Installation & User's Guide, Skovlunde, 2005.
9. R.K. Otnes, L. Enochson: Analiza numeryczna szeregów czasowych, Warszawa, WNT, 1978.
10. A. Papoulis: Obwody i układy, Warszawa, WKiŁ, 1997.
11. J. Talaga: Inż. Ap. Chem. 44, nr 5s, 66 (2005).



Rys. 3. Dyssypacja kinetycznej energii turbulencji w płaszczyźnie mieszadła dla trzech kierunków przepływu cieczy w mieszalniku



Rys. 4. Porównanie wielkości dyssypacji energii wyznaczonej na podstawie spektrum energii oraz równania wymiarowego  $\varepsilon = C \cdot (u^3/L)$  dla różnych wielkości makroskali turbulencji  $L$

mieszadła nad dnem zbiornika była równa połowie średnicy mieszadła.

Obliczenia wartości funkcji spektralnych wykonywano za pomocą programu komputerowego *BSA Flow* [8], natomiast funkcję aproksymującą spektrum w zakresie bezwładnościowym oraz stałą proporcjonalności  $A$  obliczano z wykorzystaniem programu *TableCurve*. W trakcie obliczania końcowej postaci spektrum energii, przedstawionej przykładowo na rys. 1, stosowane różne metody wygładzania spektrum za pomocą okien widmowych [9], przy czym analizowano zarówno wpływ rodzaju okna, jak i jego szerokości. Ostatecznie przyjęto do obliczeń końcowych metodę okna widmowego *Papoulisa* [10] oraz szerokość okna równą 0,25, co powodowało znaczne zmniejszenie wariancji widma. Na rys. 2 przedstawiono dla porównania przykładowy przebieg spektrum energii przed poddaniem go procedurze wygładzania.

### Wyniki obliczeń

Przykładowe wyniki obliczeń wielkości dyssypacji kinetycznej energii turbulencji w strumieniu cieczy tłoczonym przez mieszadło turbinowe tarczowe, tj. w płaszczyźnie mieszadła, zostały przedstawione na rys. 3. Wykres obrazuje wielkość dyssypacji energii, wyznaczoną na podstawie równania (7) dla trzech kierunków przepływu cieczy: promieniowego, osiowego i obwodowego, w funkcji bezwymiarowej odległości od osi mieszalnika. W pobliżu łopatek mieszadła obserwuje się istotne różnice w wielkości dyssypacji energii, potwierdzające wyraźną anizotropię przepływu w tym obszarze. Dyssypacja