

TOMASZ KILJAŃSKI

Wydział Inżynierii Procesowej i Ochrony Środowiska, Politechnika Łódzka, Łódź

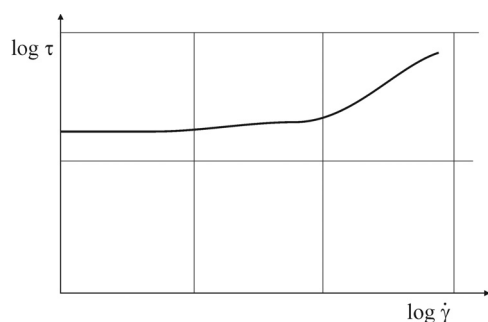
# Separacja pęcherzy gazowych z substancji plastycznolepkich za pomocą wirówki

## Wprowadzenie

Wiele substancji w przemyśle, zwłaszcza spożywczym, farmaceutycznym i w budownictwie ma własności plastycznolepkie. Za substancję plastycznolepką uważa się substancję, która w prostym ścinaniu wykazuje następujące zachowanie:

- Pod wpływem naprężenia mniejszego od pewnej granicznej wartości, zwanej granicą płynięcia, nie płynie, lecz odkształca się w sposób sprężysty, typowy dla ciał stałych.
- Pod wpływem stałego naprężenia przekraczającego granicę płynięcia następuje przepływ ze stałą szybkością, a więc substancja zachowuje się jak ciecz.

Typowy kształt krzywej płynięcia płynu plastycznolepkiego przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Typowa krzywa płynięcia substancji plastycznolepkiej

W odkształceniach przestrzennych zachowanie płynu plastycznolepkiego jest bardziej skomplikowane niż w prostym ścinaniu i charakteryzuje się występowaniem obszarów płynnych, gdzie substancja zachowuje się jak ciecz i obszarów stałych, gdzie odkształca się tylko sprężysto. W takich złożonych układach naprężeń przekroczenie granicy płynięcia i w konsekwencji przepływ może być spowodowany zarówno naprężeniami stycznymi jak i normalnymi. Oznacza to, że w przepływie trójwymiarowym ścinanie substancji nie jest konieczne do przekroczenia granicy płynięcia – może wystarczyć samo rozciąganie lub ściskanie. Jest to istotne podczas ruchu przez substancję plastycznolepką pęcherza o swobodnej powierzchni, na której występują tylko naprężenia normalne.

Zachowanie cząstek zawieszonych w takich substancjach zasadniczo się różni od ich zachowania w typowych cieczach, nie mających granicy płynięcia. Dlatego cząstki takie sprawiają problemy przy separacji. Pierwsza różnica w zachowaniu związana jest z istnieniem granicy płynięcia, druga występuje w przypadku pęcherzy gazowych i związana jest z ich kształtem.

Jeśli w substancji plastycznolepkiej znajdują się cząstki ciała stałego, krople lub pęcherze o dostatecznie małych rozmiarach,

to istnienie granicy płynięcia powoduje, że pod wpływem siły ciężkości takie obiekty nie mogą się w ogóle poruszać i ich naturalne, grawitacyjne usuwanie z płynu nie jest możliwe. Stosunkowo prostą możliwością separacji stwarza użycie wirówki.

W przypadku separacji takich cząstek w płynach bez granicy płynięcia, zarówno newtonowskich jak i nienewtonowskich, istotne znaczenie ma czas separacji potrzebny do osadzenia cząstki na ściance wirówki lub jej dośnięcia do powierzchni cieczy. Wirówka skraca ten czas, przyspieszając separację, która przy mniejszej szybkości obrotowej lub w nieruchomym naczyniu też następuje, lecz trwa dłużej [1, 2]. Separacja pęcherzy w substancji plastycznolepkiej przebiega inaczej. Jeśli wirówka obraca się zbyt wolno, ciało w ogóle się nie poruszy lub jeżeli jest lżejsze od ośrodka, zatrzyma się, zanim zostanie usunięte z płynu. Najważniejszym zagadnieniem przy separacji jest wtedy stworzenie warunków umożliwiających usunięcie cząstki, zaś czas trwania tego procesu jest sprawą drugorzędną.

Podczas separacji z płynu plastycznolepkiego cząstek ciał stałych, z reguły cięższych od niego, najistotniejszą sprawą decydującą o możliwości usunięcia cząstki z płynu jest spełnienie warunków rozpoczęcia ruchu. Jeśli bowiem cząstka zacznie się poruszać, to oddala się od osi obrotu, siła odśrodkowa rośnie, a wskutek tego ruch ulega znacznemu przyspieszeniu. Wynika to z krzywej płynięcia, która w zakresie naprężeń bliskich granicy płynięcia zawsze jest płaska (Rys. 1). Niewielki wzrost siły odśrodkowej a zatem i naprężeń w płynie wokół cząstki powoduje nieproporcjonalnie duży wzrost szybkości jego odkształcenia, co skutkuje znacznym wzrostem szybkości ruchu cząstki. Dlatego czas ruchu z reguły nie jest istotny w porównaniu do czasu cyklu wirowania lub do średniego czasu przebywania w wirówce o działaniu ciągłym. W praktyce po odwirowaniu cząstek stałych o różnych rozmiarach obserwuje się, że część z nich zatrzymała się na ściance, a reszta została na miejscu. Praktycznie brak cząstek, które przesunęły się, ale nie dotarły do ścianki. W przypadku ciał kulistych warunek istnienia ruchu grawitacyjnego jest opisany nierównością

$$\frac{\tau_y}{d\Delta\rho g} < Y \quad (1)$$

gdzie

- $d$  – średnica ciała
- $\Delta\rho$  – różnica gęstości ciała i płynu
- $g$  – przyspieszenie ziemskie
- $\tau_y$  – granica płynięcia

Wartość  $Y$  według danych doświadczalnych różnych autorów waha się w szerokich granicach od 0,04 do 0,22 [3], co prawdopodobnie było spowodowane problemami w pra-

widłowym wyznaczeniu granicy płynięcia oraz częstym występowaniem w substancjach plastycznolepkich poślizgu przy ściance, zmniejszającego statyczny opór ciała. Kompletna analiza naprężeń wokół kuli [4] pozwoliła wykazać na drodze teoretycznej, że wartość  $Y = 0,048$

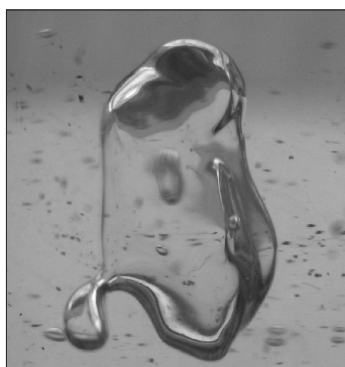
W przypadku ruchu kuli pod wpływem siły odśrodkowej warunek (1) przybiera więc postać

$$\frac{\tau_y}{d\Delta p a_r} < 0,048 \quad (2)$$

gdzie  $a_r$  – przyspieszenie odśrodkowe.

Równanie (2) zostało potwierdzone doświadczalnie [5] z zadowalającą dokładnością.

Zachowanie pęcherzy w wirówce jest znacznie bardziej złożone. Podczas wprowadzania pęcherza do płynu, np. przy przenoszeniu płynu do innego naczynia lub przy mieszaniu, pęcherz deformuje się. Gdy siły napięcia powierzchniowego, dążące do nadania mu kształtu kuli są zbyt małe, by spowodować przekroczenie granicy płynięcia w otaczającym płynie plastycznolepkim, taki nieregularny kształt nieruchomego pęcherza może być zachowany dowolnie długo. Przykład przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Przykład kształtu pęcherza w substancji plastycznolepkiej

Jeśli siła wyporu jest dostatecznie duża, by spowodować ruch pęcherza, w momencie rozpoczęcia ruchu przybiera on kształt regularnej wydłużonej bryły obrotowej o proporcjach, które w trakcie ruchu o zmiennej szybkości mogą się zmieniać [6]. Pęcherz poruszający się w płynie plastycznolepkim ma kształt wydłużony, bo w rzeczywistości nie porusza się on w cieczy wypełniającej całe naczynie, jak w przypadku płynu newtonowskiego, ale w strefie upłynnionej, w której naprężenia przekraczają granicę płynięcia, o rozmiarach porównywalnych z pęcherzem. Ta strefa podczas ruchu pęcherza rozciąga się wzdłuż jego toru, tworząc swojego rodzaju przesuwający się cylindryczny kanał w nieruchomej substancji stałej, gdzie naprężenia mają wartość mniejszą od granicy płynięcia. Kształt pęcherza jest więc zbliżony do tzw. pęcherza *Taylora*, czyli pęcherza wtłoczonego do cieczy w rurze o znacznie mniejszej średnicy. Utrudnia to opis ruchu pęcherza.

Dodatkową komplikacją zagadnienia, w porównaniu do ruchu ciała cięższego od płynu, jest fakt, że pęcherz porusza się w kierunku osi obrotów i działająca na niego siła wyporu maleje w trakcie ruchu. W pewnym miejscu pęcherz może się zatrzymać, jeśli malejąca siła wyporu nie może już spowodować przekroczenia granicy płynięcia wokół niego. Na skutek tego,

rozpoczęcie ruchu pęcherza nie jest warunkiem wystarczającym do usunięcia go, jak w przypadku ciała cięższego od płynu.

### Analiza ruchu pęcherza w substancji plastycznolepkiej

Przedstawiona i zweryfikowana doświadczalnie w pracy [7] metoda obliczania czasu potrzebnego do przebycia określonej drogi w wirówce przez pęcherz w substancji plastycznolepkiej może być wykorzystana przy separacji pęcherzy. Jednak w wielu przypadkach, podobnie jak w opisanym wyżej przypadku ciała stałego cięższego od płynu, nie czas ruchu stanowi główny problem, lecz sama możliwość usunięcia pęcherza. Należy rozpatrzyć dwa niżej opisane przypadki:

#### 1. Pęcherze dostatecznie małe, przybierające na skutek działania sił napięcia powierzchniowego kształt bardzo zbliżony do kulistego

Na skutek działania napięcia powierzchniowego, naturalnym kształtem pęcherza gazowego w cieczy, na którą nie działają siły zewnętrzne, jest kula. W substancji plastycznolepkiej, jak wspomniano, istnienie granicy płynięcia objawia się tym, że pęcherz w pewnych warunkach może dowolnie długo pozostawać w bezruchu i zachowywać kształt znacznie odbiegający od kulistego. Jednak w miejscach o dostatecznie małym promieniu krzywizny siły napięcia powierzchniowego są w stanie wytworzyć w otaczającej substancji naprężenie przekraczające granicę płynięcia i spowodować „zaokrąglenie” kształtu w tych miejscach. Dostatecznie mały nieruchomy pęcherz może wskutek tego przybrać kształt prawie kulisty.

Ruch pęcherza pod działaniem siły wyporu powoduje jego deformację zależną m.in. od własności reologicznych otaczającego ośrodka. W pracy [5] wykazano, że pęcherz o kształcie początkowym kulistym podczas ruchu przez płyn plastycznolepkiej wydłuża się, lecz jego wydłużenie jest tym mniejsze, im mniejszy jest pęcherz. W każdym ośrodku pęcherz *dostatecznie mały* zachowa więc dzięki siłom napięcia powierzchniowego praktycznie kulisty kształt zarówno w bezruchu jak i w ruchu. Określenie *dostatecznie mały* brzmi ogólnikowo, w praktyce im większa granica płynięcia, tym mniejszy musi być pęcherz, by zachował kształt kulisty. Należy jednak uważać, że są to rozmiary poniżej 1 mm. Ze względu na małe rozmiary takie pęcherze są najtrudniejsze do usunięcia. Dlatego ten przypadek jest szczególnie istotny – jeśli pęcherze mniejsze zostaną oddzielone, to wydostaną się z płynu również i większe.

Warunkiem istnienia ruchu kulistego pęcherza [5] jest spełnienie nierówności (3), analogicznej do nierówności (1) dotyczącej sztywnych kul,

$$\frac{\tau_y}{d p a_r} < 0,09 \quad (3)$$

Spełnienie warunku (3) oznacza przekroczenie w miejscu przebywania pęcherza przyspieszenia odśrodkowego  $a_r$ , określonego warunkiem

$$a_r = \frac{\tau_y}{0,09 d p} \quad (4)$$

gdzie

$$a_r = r \omega^2 \quad (5)$$

Po spełnieniu warunku (3) przez zastosowanie dostatecznie szybkiego ruchu wirówki, pęcherz zaczyna się przesuwac w kierunku osi, w obszar coraz mniejszego przyspieszenia – por. równ. (5) i gdy tylko zmaleje ono poniżej krytycznej wartości opisanej równaniem (4), pęcherz znów się zatrzymuje. Aby został on usunięty z płynu, warunek (3) musi być spełniony przy samej powierzchni płynu, czyli w odległości od osi  $\tau = \tau_o$ , gdzie przyspieszenie odśrodkowe jest najmniejsze.

Warunek ten w połączeniu z równaniem (5) wyznacza minimalną szybkość kątową  $\omega$ , potrzebną do dojścia pęcherza o średnicy  $d$  do powierzchni, czyli do usunięcia go z płynu

$$\omega = \sqrt{\frac{\tau_y}{0,09r_o d \rho}} \quad (6)$$

lub inaczej, minimalną średnicę pęcherza możliwego do usunięcia przy określonej szybkości kątowej wirówki  $\omega$  i odległości powierzchni od osi  $r_o$ .

$$d = \frac{\tau_y}{0,09\omega^2 r_o} \quad (7)$$

Usunięcie takich pęcherzy jest równoznaczne z usunięciem wszystkich większych od niego.

Jeśli szybkość obrotowa niewiele przekracza krytyczną wartość opisaną równ. (6), szybkość ruchu pęcherza w pobliżu powierzchni może być na tyle mała, że czas odwirowania okaże się długi. W takim przypadku istotna jest znajomość tego czasu.

Czas ruchu pęcherza do powierzchni, czyli czas odwirowania oblicza się z zależności

$$t = \int_{t_{pocz}}^{\tau_o} \frac{dr}{v_o} \quad (8)$$

gdzie prędkość ruchu pęcherza w płynie plastycznolepkim opisanym równaniem reologicznym *Herschela-Bulkleya*

$$\tau = \tau_y + k\dot{\gamma}^n$$

liczy się ze wzoru wyprowadzonego w pracy [7]

$$v_o = \left(\frac{0,877}{k}\right)^{1/n} \left[ \rho\omega^2 r d_o 0,09 \left( \frac{p_o}{p_o + 0,5\rho\omega^2(r^2 - r_o^2)} \right)^{1/3} - \tau_y \right]^{1/n} \times d_o \left( \frac{p_o}{p_o + 0,5\rho\omega^2(r^2 - r_o^2)} \right)^{1/3} \quad (9)$$

gdzie

$d_o$  – średnica pęcherza pod ciśnieniem atmosferycznym  $p_o$

Równanie to uwzględnia zmianę rozmiaru pęcherza spowodowaną zmniejszaniem ciśnienia wzdłuż jego drogi. Jeśli warstwa płynu w wirówce jest wystarczająco cienka ( $r \approx r_o^2$ ) aby wzrost ciśnienia spowodowany siłą odśrodkową był nieistotny, wyrażenie w nawiasie, zawierające ciśnienie atmosferyczne, może być pominięte jako bliskie jedności.

Należy zaznaczyć, że ze wzrostem szybkości obrotowej w stosunku do wartości opisanej równaniem (6), szybkość ruchu pęcherza znacznie wzrasta i czas separacji może się okazać krótki w porównaniu do czasu pozostałych części cyklu lub do czasu przebywania substancji w wirówce o działaniu

ciągłym. Wynika to ze specyficznych własności układów plastycznolepkich, które przy naprężeniach przekraczających granicę płynięcia o 50% odkształcają się zwykle z szybkością odpowiadającą szybkości ruchu kulki rzędu co najmniej jednej średnicy na sekundę. Wtedy znajomość czasu ruchu przestaje być istotna, podobnie jak we wcześniej omówionym przypadku ciała stałego cięższego od płynu.

Powyższe rozważania dotyczą pęcherza dostatecznie małego, który podczas ruchu zachowuje swój pierwotny kulisty kształt. Jeśli kulisty pęcherz jest wystarczająco duży, żeby podczas ruchu przez płyn plastycznolepki wydłużyć się, to warunek jego ruchu przybiera postać analogiczną do wzoru (3)

$$\frac{\tau_y}{L\rho a_r} = \frac{\tau_y}{L\rho r\omega^2} < Y_o = 0,09 \quad (10)$$

gdzie  $L$  – długość pęcherza.

Ponieważ jego długość  $L$  jest większa od średnicy, jaką miał w stanie statycznym, ( $L > d$ ), to z porównania (3) i (10) wynika, że do utrzymania pęcherza w ruchu aż do powierzchni płynu wystarczy mniejsze przyspieszenie odśrodkowe, niż gdyby zachował on swój kulisty kształt.

Spełnienie warunku ruchu (3) przy samej powierzchni, czyli przekroczenie szybkości kątowej określonej równaniem (6) wystarcza więc do usunięcia z płynu każdego pęcherza, który w stanie nieruchomym ma kształt kulisty.

## 2. Pęcherze o nieregularnych kształtach

Są to pęcherze, w których napięcie powierzchniowe nie może wywołać w płynie naprężeń przekraczających granicę płynięcia. Płyn pozostaje więc nieruchomy, a pęcherz zachowuje swój nieregularny kształt.

W przeciwieństwie do małego kulistego pęcherza, w tym wypadku podstawową sprawą jest stworzenie warunków potrzebnych do tego, by pęcherz mógł rozpocząć ruch. Jak niżej wykazano, są one bowiem trudniejsze do spełnienia, niż warunki niezbędne do wyjścia pęcherza poza powierzchnię płynu. Jeśli więc pęcherz zacznie się poruszać, to zwykle nie zatrzyma się aż wydostanie się poza powierzchnię. Krytyczne przyspieszenie odśrodkowe potrzebne do rozpoczęcia ruchu zależy od granicy płynięcia, objętości pęcherza, ale też od jego kształtu, który może być bardzo nieregularny. Ze względu na nieograniczoną różnorodność kształtów takich pęcherzy, określenie ogólnego kryterium rozpoczęcia ruchu jest w takim przypadku bardzo trudne, jeśli nie niemożliwe, ale obszernie prace eksperymentalne autora wykazały, że ma ono postać

$$\frac{\tau_y}{L_o\rho a_r} = \frac{\tau_y}{L_o\rho r\omega^2} < Y = 0,05 \div 0,09 \quad (11)$$

gdzie  $L_o$  jest długością pęcherza w kierunku promienia wirówki w stanie nieruchomym.

Warunek ten określa krytyczne przyspieszenie odśrodkowe  $a_r$

$$a_r = \frac{\tau_y}{L_o\rho Y} \quad (12)$$

i krytyczną szybkość kątową ruchu wirówki  $\omega$  potrzebną do rozpoczęcia ruchu pęcherza

$$\omega = \sqrt{\frac{\tau_y}{L_0 \rho r Y}} \quad (13)$$

Szerokie granice wartości  $Y$  związane są z jej zależnością od kształtu – im bardziej kształt jest zbliżony do elipsoidy obrotowej, również do kuli, tym wartość  $Y$  jest bliższa 0,09.

Jeśli warunek (11) zostanie spełniony, czyli przyspieszenie  $a_r$  w miejscu, gdzie znajduje się pęcherz, przekracza wartość niezbędną do rozpoczęcia ruchu – równ. (12), to pęcherz znacznie się porusza. Jego ruch rozpoczyna się od deformacji przedniej ścianki, przy nieruchomej tylnej części, na skutek czego pęcherz wydłuża się i przybiera regularny kształt zbliżony do elipsoidy. W pracy [5] wykazano, że nawet pęcherze, które w stanie nieruchomym mają kształt kulisty, w ruchu się nieco wydłużają, mimo działania napięcia powierzchniowego. To wydłużenie jest spowodowane przez siły hydrodynamiczne i jest tym znaczniejsze, im większy pęcherz. Jeśli więc pęcherz w bezruchu ma kształt nieregularny – siły napięcia powierzchniowego są za małe na nadanie mu kształtu kuli – to w ruchu wydłuży się więcej, niż pęcherz który w stanie nieruchomym jest kulisty. Ta zmiana kształtu powoduje, jak wspomniano, wzrost wartości  $Y$ , która zbliża się do 0,09. Z równ. (12) wynika, że wzrost długości i wartości  $Y$  prowadzi do zmniejszenia krytycznego przyspieszenia  $a_r$  potrzebnego do spowodowania ruchu tego pęcherza. Na skutek tego, po wydłużeniu pęcherza aktualnie panujące przyspieszenie odśrodkowe ma wartość znacznie większą od wartości krytycznej. Pęcherz rozpoczyna więc ruch w kierunku osi od razu ze znaczną prędkością. Mimo, że w trakcie tego ruchu przyspieszenie  $a_r = r\omega^2$  maleje, może on przebyć znaczną drogę w kierunku do osi, zanim się ostatecznie zatrzyma w odległości od osi określonej równaniem (10).

Jeśli warunek (10) jest spełniony w całej objętości płynu, aż do powierzchni, to poruszający się pęcherz nie zatrzyma się przed doświadczeniem do powierzchni i zostanie usunięty z płynu. Taki przypadek będzie miał miejsce, jeśli warstwa płynu jest niezbyt gruba. W wirówkach przemysłowych warstwa płynu jest zwykle cienka w stosunku do promienia wirówki w celu skrócenia czasu odwirowania. Jeśli więc zostaną spełnione warunki rozpoczęcia ruchu pęcherza (11), z reguły wystarczy to, by pęcherz został usunięty z płynu. Tak więc warunek rozpoczęcia ruchu (11) w praktyce będzie decydował o możliwości usunięcia pęcherza. Zauważmy, że im dalej od osi obrotów znajduje się pęcherz, tym łatwiej go usunąć. W większej odległości tę samą wartość przyspieszenia odśrodkowego uzyskuje się bowiem przy mniejszej szybkości obrotowej. Przy określonej szybkości kątowej ruchu wirówki może więc zostać usunięty z płynu pęcherz leżący dalej od powierzchni płynu, a taki sam leżący bliżej powierzchni nie zostanie w ogóle poruszony z miejsca.

Gdy rozmiary początkowe pęcherza są rzędu kilku milimetrów i więcej, to jego wydłużenie następujące podczas rozpoczęcia ruchu jest znaczne [5], szybkość rozpoczęcia ruchu duża, czas ruchu do powierzchni staje się bardzo krótki i jego określanie nie jest potrzebne.

### Podsumowanie

Opierając się na wynikach powyższych rozważań można wykonać obliczenia podstawowych parametrów procesu separacji pęcherzy za pomocą wirówki. Należy przede wszystkim założyć minimalny rozmiar pęcherza, który ma być oddzielony. Z obserwacji płynu wynika, jaki kształt mają pęcherze o takich rozmiarach. Jeśli można je uznać za kuliste, to liczymy z warunku (6) minimalną szybkość kątową wirówki potrzebną do dojścia pęcherza do powierzchni płynu. Jeśli mają one kształt wyraźnie odbiegający od kuli, to szybkość kątową należy policzyć z równ. (13) przyjmując dla bezpieczeństwa najmniej korzystne warunki, czyli wartość  $Y = 0,05$ . Obliczoną w powyższy sposób szybkość kątową należy oczywiście powiększyć, aby mieć pewność, że wybrane pęcherze wydostaną się z płynu. W przypadku małych pęcherzy kulistych, które nie ulegają podczas ruchu znaczącemu wydłużeniu, gdy trzeba się liczyć z powolnym ich ruchem, oblicza się czas separacji pęcherza znajdującego się w najbardziej niekorzystnym położeniu, czyli przy samej ścianie wirówki (odległość początkowa równa promieniowi wirnika). Są one najdalej od powierzchni, czas ich ruchu jest więc najdłuższy.

Jeśli chcemy obliczyć, jakiej wielkości pęcherze mogą zostać oddzielone przy założonej szybkości obrotowej wirówki, to zakładając, że najmniejsze z nich są kuliste, obliczamy ich średnicę z warunku (3) zapisanego dla powierzchni płynu ( $a_r = r_0\omega^2$ ). Jeśli ta średnica okaże się rzędu 1mm lub więcej, należy się liczyć, że pęcherze mogą mieć kształt nieregularny i ich oddzielenie może być trudniejsze. Sprawdzamy wtedy warunek oddzielenia pęcherzy nieregularnych (11) leżących przy powierzchni dla wartości  $Y = 0,05$  i stąd obliczamy długość  $L_0$  najmniejszych pęcherzy, które zostaną oddzielone.

### LITERATURA

1. R. Pelzer, K. Lehman : Chemie Anlagen + Verfahren, **10**, 39, (1984).
2. M. Creutz, D. Mewes: Int. J. Mult. Flow **24**, 1057 (1998).
3. R.P. Chhabra: Bubbles, Drops and Particles in non-Newtonian Liquids, CRC Press, Boca Raton, FL, (1993).
4. A.N. Beris, J. Tsamopoulos, R.C. Armstrong, R.A. Brown: J. Fluid Mech., **158**, 219, (1985).
5. T. Kiljański, Politechnika Łódzka, Zeszyty Naukowe nr 967, Rozprawy Naukowe Z. 345, 2006.
6. T. Kiljański, A. Michajłowski: Inż. Ap. Chem., **47**, nr 6, 36, (2008).
7. T. Kiljański: Inż. Ap. Chem., **46**, nr 6, 120, (2006).