

PAWEŁ OCŁOŃ  
JAN TALAGA

Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska, Kraków

# Modelowanie wpływu geometrii stabilizatora na drgania giętne wału mieszadła

## Wstęp

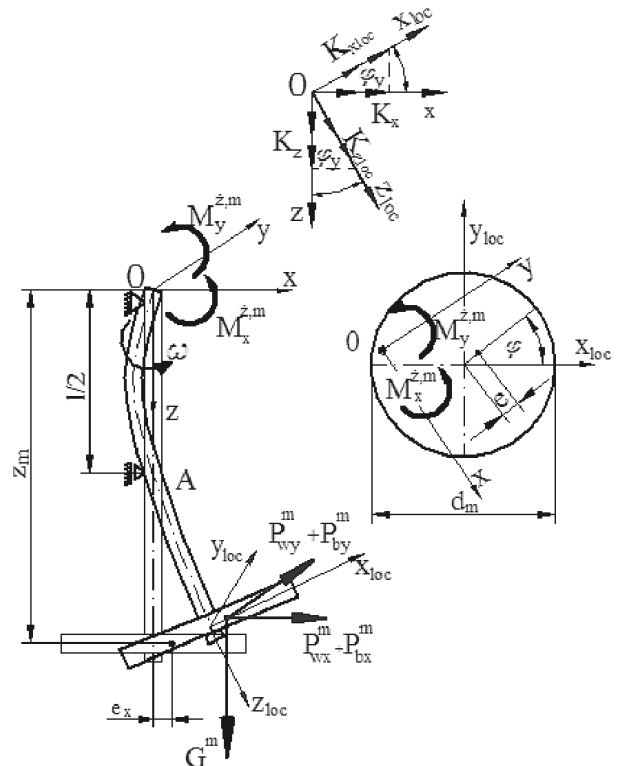
Drgania wałów mieszadeł w obszarze obrotów krytycznych, są częstym powodem awarii aparatury. Skuteczne im zapobieganie jest jednym z ważniejszych zagadnień przy projektowaniu mieszalników. Obszerną analizę drgań wałów mieszadeł przedstawiono w pracy [1], w której oprócz wyprowadzenia wzorów na częstości drgań własnych wałów mieszadeł, poruszono problem drgań żyroskopowych, spowodowanych znacznymi prędkościami obrotowymi wałów i dużymi momentami bezwładności mieszadeł. W celu zapobiegania powstawaniu zjawiska rezonansu mechanicznego stosowane są w praktyce stosuje się stabilizatory drgań różnej konstrukcji [2], mocowane na wale mieszadła.

Celem prezentowanej pracy była analiza wpływu parametrów geometrycznych stabilizatora oraz sposobu jego usytuowania na wale mieszadła na amplitudę i częstości krytyczne drgań wału. Analizy dokonano w oparciu o wyniki przeprowadzonych symulacji numerycznych z zastosowaniem programu ANSYS. Obliczenia wykonano dla mieszadła modelowego w kształcie tarczy z mimośrodem, osadzonej na końcu wału. Dla różnych parametrów geometrycznych stabilizatora pierścieniowego sprawdzono, który z dwóch sposobów jego zamocowania – nad czy pod mieszadłem – skuteczniej obniża wpływ sił, o charakterze bezwładnościowym, wymuszających drgania. Ponadto przeanalizowano również wpływ momentów żyroskopowych na wartości pierwszych trzech częstości krytycznych wału z mieszadłem.

## Założenia obliczeniowe

Na rys. 1 przedstawiono układ sił działających na wał o długości  $l$  i osadzone na nim mieszadło z mimośrodem. Mieszadło zamodelowano jako tarczę o średnicy  $d_m$  i wysokości  $h_m$ . Mimośród tarczy mieszadła wynosi  $e$ . Na wał mieszadła o średnicy  $d_{wm}$ , obracający się z prędkością kątową  $\omega$ , w miejscu środka ciężkości tarczy ( $z = z_m$ ) działa siła bezwładności  $P_b$  i siła ciężkości mieszadła  $G$ . Mimośród tarczy powoduje powstanie dodatkowej siły  $P_w$  wymuszającej drgania.

Ponieważ w czasie ruchu wału globalna oś obrotu  $z$  ulega wygięciu, dlatego w analizie należy uwzględnić lokalną oś obrotu  $z_{loc}$  prostopadłą do przekroju poprzecznego tarczy i przechodzącą przez środek ciężkości przekroju wału w odległości  $z_m$  od początku globalnego układu współrzędnych, tj. punktu 0. Przy niewielkiej wartości mimośrodu można założyć, że spowodowane nim dodatkowe przyspieszenie kątowe wynosi zero [3, 4]. Dlatego też przyjęto, że zarówno w układzie lokalnym ( $x_{loc}, y_{loc}, z_{loc}$ ) jak i globalnym ( $x, y, z$ ) prędkości kątowe tarczy są stałe i wynoszą  $\omega$ .



Rys. 1. Siły zewnętrzne działające na wał z mieszadłem

Wygięcie osi wału powoduje również zmianę krętu tarczy względem początku globalnego układu współrzędnych, co powoduje pojawienie się dodatkowych momentów żyroskopowych  $M^Z$ , działających w płaszczyznach prostopadłych do globalnej osi obrotu  $z$  i mogących mieć wpływ na obniżenie częstości krytycznej układu.

Jak już wcześniej wspomniano, mimośród tarczy skutkuje pojawieniem się siły wymuszającej  $P_w$ . Jej składowe w układzie lokalnym wynoszą:

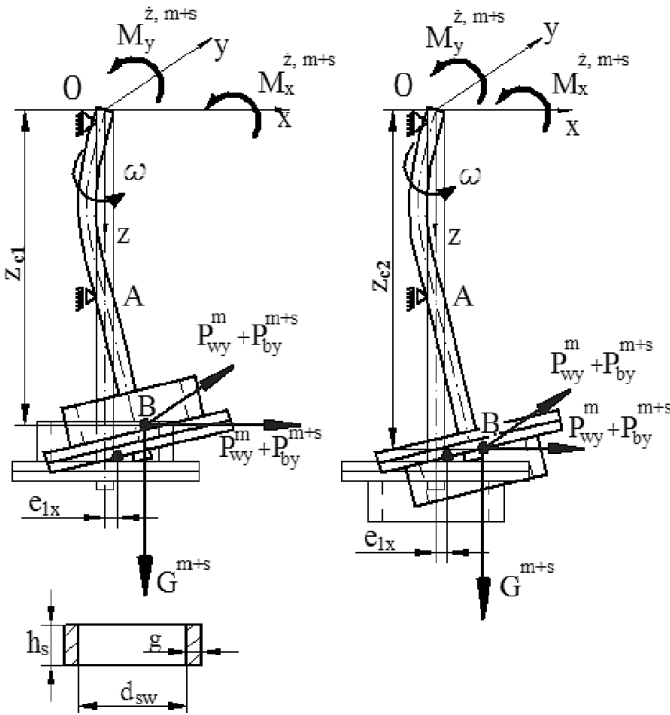
$$P_{wx_{loc}}^m = -m^m \omega^2 e \cos(\omega t) \quad (1)$$

$$P_{wy_{loc}}^m = -m^m \omega^2 e \sin(\omega t) \quad (2)$$

Zamocowanie na wale stabilizatora (Rys. 2a i b) powoduje zwiększenie masy układu i w konsekwencji zwiększenie momentów od siły ciężkości  $G$  o znaku przeciwnym do momentów od siły wymuszającej. Momenty te w układzie lokalnym wynoszą:

$$M_{x_{loc}}^{G,m+s} = -m^{m+s} g e_1 \sin(\omega t) \quad (3)$$

$$M_{y_{loc}}^{G,m+s} = -m^{m+s} g e_1 \cos(\omega t) \quad (4)$$



Rys. 2. Sposoby zamocowania stabilizatora drgań: a) nad miesządem, b) pod miesządem

gdzie indeksami  $m$  i  $s$  oznaczono masy odpowiednio miesządła i stabilizatora, natomiast  $e_l$  jest wielkością nowego, zmniejszonego mimośrodowo układu miesządło – stabilizator. Momenty te względem osi  $x$  i  $y$  działają na większych ramionach, które przy założeniu małych drgań wynoszą  $y_B + e \cos(\omega t)$  i  $x_B + e \sin(\omega t)$ , gdzie  $x_B$  i  $y_B$  to globalne współrzędne początku układu lokalnego.

Odległość  $z_c$  środka ciężkości całego układu jest zmienna i zależy od sposobu usytuowania stabilizatora oraz jego parametrów geometrycznych. Jej mniejsza wartość (Rys. 2a) powoduje zmniejszenie momentu od siły bezwładności względem punktu  $0$ , aczkolwiek zmniejsza się również wtedy moment od siły ciężkości  $G$  tłumiącej drgania. W przypadku przedstawionym na rys. 2b wzrasta moment od siły ciężkości, jednakże rośnie równocześnie moment od siły bezwładności, co jest niekorzystne. Dlatego też, aby rozstrzygnąć, który sposób usytuowania stabilizatora jest korzystniejszy, została przeprowadzona analiza numeryczna drgań dla przedstawionych na rys. 2 dwóch różnych sposobów zamocowania masy stabilizującej.

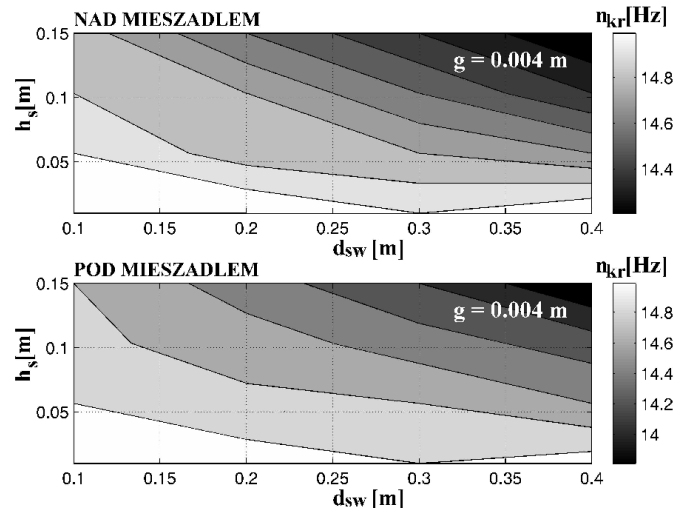
### Analiza numeryczna

Ponieważ składowe siły wymuszającej zależą od kąta obrotu  $\varphi = \omega t$ , dlatego też w programie ANSYS zastosowano analizę harmoniczną pozwalającą określić wartość siły wymuszającej w funkcji kąta  $\varphi$ . Wał miesządła został zamodelowany elementami belkowymi BEAM189. Jest to trójwzłowy element, posiadający macierz żyroskopową, dzięki czemu w obliczeniach uwzględnione zostały momenty żyroskopowe (Rys. 2). Wirującą tarczę miesządła zamodelowano elementem masy skupionej MASS21, który również posiada macierz żyroskopową. Niezrównoważone siły wymuszające zostały zamodelowane zgodnie z równaniami (1) i (2). W analizie uwzględniono również momenty od siły ciężkości masy stabilizatora i miesządła, zadane równaniami (3) i (4). Założono

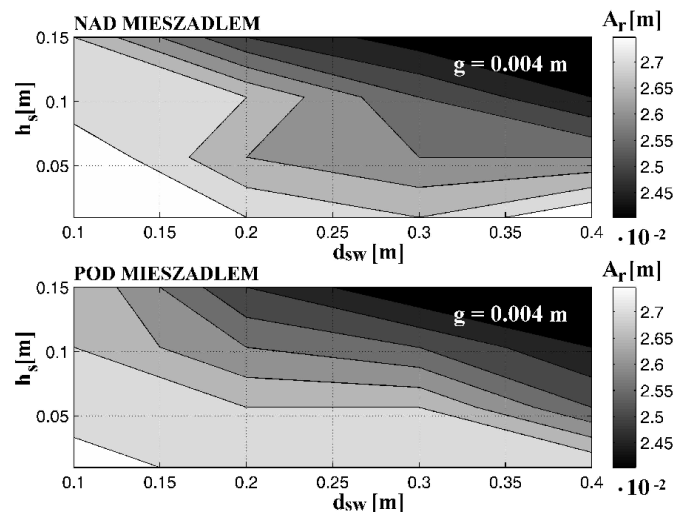
tłumienie wewnętrzne materiału wału, przyjmując bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta = 0,01$ , dzięki czemu amplituda drgań rezonansowych osiągała skończoną wartość. Obliczenia przeprowadzono dla następujących parametrów geometrycznych i własności materiałowych układu wał – miesządło:  $z_m = 2,52$  m;  $l = 2,6$  m;  $d_m = 0,5$  m;  $h_m = 14 \cdot 10^{-3}$  m;  $d_{wm} = 8 \cdot 10^{-3}$  m;  $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  Pa;  $\nu = 0,3$ ;  $\rho = 7850$  kg/m<sup>3</sup>, gdzie  $E$  – moduł Younga,  $\nu$  – współczynnik Poissona,  $\rho$  – gęstość stali.

Przykładowe wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 3–6, które obrazują wpływ średnicy wewnętrznej stabilizatora pierścieniowego  $d_{sw}$ , jego wysokości  $h_s$ , oraz grubości ścianki  $g$  na częstość drgań własnych oraz na wartości amplitudy drgań rezonansowych  $A_r$  dla obu analizowanych przypadków usytuowania stabilizatora.

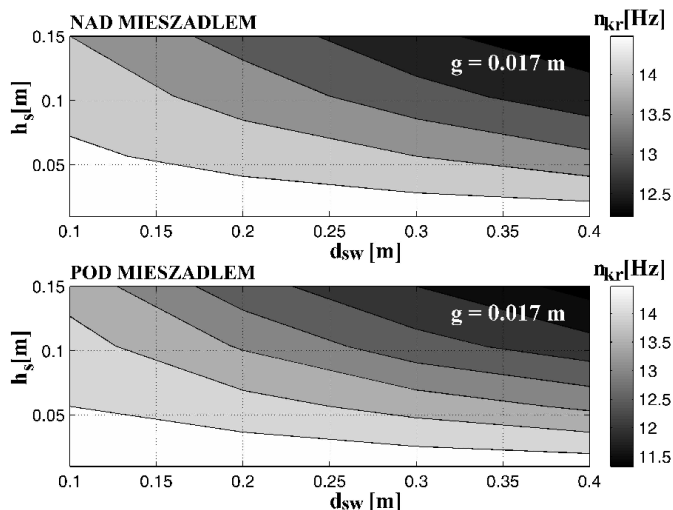
Na podstawie przeprowadzonych symulacji numerycznych można stwierdzić, że wraz ze wzrostem masy stabilizatora zmniejszają się zarówno amplituda drgań rezonansowych, jak również częstości drgań własnych w porównaniu z częstościami drgań wału bez stabilizatora, wynoszącymi odpowiednio  $A_r = 0,028$  m oraz  $n_{kr} = 15,3$  Hz. Niekorzystny efekt obniżenia częstości krytycznych wału jest szczególnie wyraźny w przypadku stabilizatora zamocowanego pod miesządem.



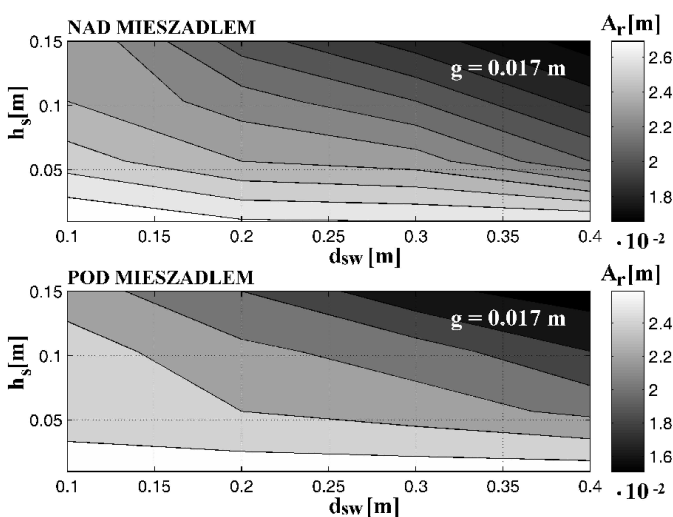
Rys. 3. Częstość krytyczna dla  $g = 0,004$  m



Rys. 4. Amplituda krytyczna dla  $g = 0,004$  m

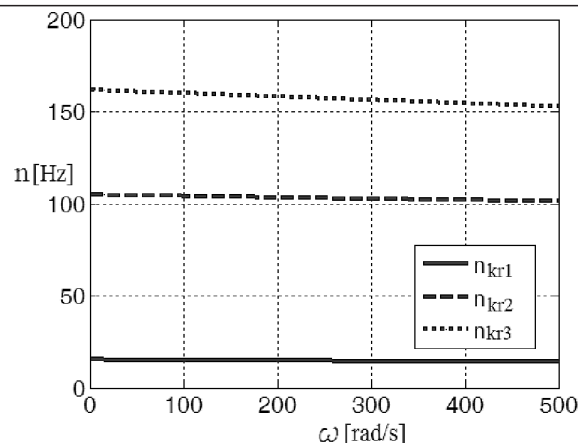


Rys. 5. Częstość krytyczna dla  $g = 0,017$  m



Rys. 6. Amplituda rezonansowa dla  $g = 0,017$  m

Na rys. 7 przedstawiono zależność wartości trzech początkowych częstości drgań własnych wału z mieszadłem bez stabilizatora dla różnych prędkości kątowych (tzw. wykres *Campbella*). Pozwala to na oszacowanie wpływu momentów żyroskopowych, rosnących wraz ze wzrostem prędkości kątowej, na wartości częstości krytycznych drgań układu. Na podstawie przedstawionych wyników można stwierdzić nieznacz-



Rys. 7. Zależność częstości drgań własnych od częstości kątowej wału mieszadła

ny wpływ momentów żyroskopowych na częstości drgań własnych układu wał – mieszadło.

### Podsumowanie

W pracy przeanalizowano wpływ geometrii i sposobu zamocowania stabilizatora na częstości własne i amplitudę krytyczną drgań wymuszonych wału mieszadła. Przeprowadzone symulacje wykazały, że należy kierować się dużą ostrożnością przy projektowaniu stabilizatora, gdyż kosztem zmniejszenia amplitudy drgań rezonansowych można spowodować również zmniejszenie wartości pierwszej częstości krytycznej drgań, co wiąże się z obniżeniem zakresu obrotów krytycznych i może prowadzić do wcześniejszej awarii aparatury.

Na podstawie uzyskanych wyników obliczeń można również stwierdzić nieznaczny wpływ momentów żyroskopowych na częstości drgań własnych układu wał – mieszadło w zakresie częstości kątowych do 500 rad/s. Zmniejszenie amplitudy rezonansowej drgań jest więc bardziej skutkiem tłumienia sił bezwładności niż momentów żyroskopowych przez stabilizator.

### LITERATURA

1. J. Pikoń: Podstawy konstrukcji aparatury chemicznej. Cz. 2, Warszawa, PWN, 1979.
2. F. Stręk: Mieszanie i mieszalniki, Warszawa, WNT, 1971.
3. J. Nizioł: Podstawy drgań w maszynach, Kraków, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 1989.
4. J. Ryś, A. Trojnecki: Laboratorium Podstaw Konstrukcji Maszyn, Kraków, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 2003.