

MAGDALENA ORCZYKOWSKA  
PAWEŁ BUDZYŃSKI  
MAREK DZIUBIŃSKI

Wydział Inżynierii Procesowej i Ochrony Środowiska, Politechnika Łódzka, Łódź

# Dokładność wyznaczania prędkości przepływu pęcherzy gazowych w cieczach nienewtonowskich

## Wprowadzenie

W literaturze przedmiotu można znaleźć wiele prac poświęconych wyznaczaniu prędkości przepływu pojedynczego pęcherza gazu przez warstwę cieczy [1, 2]. Mechanizm przepływu takiego pęcherza należy do bardzo skomplikowanych, bowiem na jego prędkość wpływają: tor po jakim się porusza, kształt pęcherza, stan powłoki zewnętrznej (czy jest sztywna, czy też elastyczna), ewentualna wewnętrzna cyrkulacja gazu, jak również oddziaływanie sąsiednich pęcherzy, czy ścianek naczynia. Wyznaczanie prędkości przepływu pojedynczego pęcherza opiera się na klasycznej koncepcji współczynnika oporu ośrodka, oraz na korelacjach wyznaczonych na drodze doświadczalnej. Wykorzystując równania korelacyjne opisujące wartość współczynnika oporu do określania prędkości przepływu pęcherzy w cieczy konieczne jest stosowanie w obliczeniach metody prób i błędów, gdyż prędkość jak i średnica zastępcza pęcherza występują zarówno w równaniu opisującym liczbę *Reynoldsa*  $Re$  jak i w definicji współczynnika oporu ośrodka  $C_D$ . Należy również podkreślić, że istnieje logiczny związek między dokładnością wyznaczania prędkości przepływu, a dokładnością wyznaczania współczynnika oporu ośrodka. Oznacza to, że np. 10% błąd określania prędkości przepływu skutkuje 20% błędem określania współczynnika oporu ośrodka i odwrotnie, co wynika z równania definiującego ten współczynnik. Zagadnienie określania prędkości przepływu pęcherza gazowego zostało dość dobrze opracowane dla cieczy newtonowskich, natomiast w dalszym ciągu jest niezadowolająco rozwiązane przy przepływie pęcherzy gazowych przez ciecz nienewtonowskie. Oczywiście w literaturze przedmiotu istnieje kilka prac poświęconych wyznaczaniu prędkości przepływu pęcherzy gazowych w cieczach nienewtonowskich, ale opierają się one na klasycznej koncepcji współczynnika oporu ośrodka [3, 4].

Mając na uwadze wspomniane powyżej wady metody określania prędkości przepływu pęcherzy gazowych, opartej na klasycznej koncepcji współczynnika oporu ośrodka, autorzy pracy postanowili zaadoptować do wyznaczania prędkości przepływu pęcherzy gazowych w cieczach nienewtonowskich metodę *Abou-El-Hassana* [5] opracowaną oryginalnie dla przepływu pęcherzy gazowych w cieczach newtonowskich.

Dodatkowo porównano oryginalną metodę *Abou-El-Hassana* z jej modyfikacją podaną przez *Rodrigue'a* [6] dla cieczy newtonowskich (Tablica 1), adaptując te metody dla przepływu pęcherzy gazowych w cieczach nienewtonowskich oraz zaproponowano własną modyfikację oryginalnej metody *Abou-El-Hassana* dla tych cieczy.

Tablica 1

Równania korelacyjne metody *Abou-El-Hassana* i *Rodrigue'a*

| Autor                     | Równanie korelacyjne  |
|---------------------------|---|
| <i>Abou-El-Hassan</i> [5] | $V = 0,75(\log F)^2 \quad (1)$ $F = \frac{g d_{bc}^{8/3} \Delta \rho \rho_L^{2/3}}{\eta_L^{4/3} \sigma_L^{1/3}} = Eo \left( \frac{Re}{Ca} \right)^{2/3}$ $V = \frac{v_b d_{bc}^{2/3} \rho_L^{2/3}}{\eta_L^{1/3} \sigma_L^{1/3}} = (Re^2 Ca)^{1/3}$ <p>gdzie:</p> $Re = \frac{v_b d_{bc} \rho_L}{\eta_L} \quad Eo = \frac{d_{bc} \rho_L g}{\sigma_L} \quad Ca = \frac{\eta_L v_b}{\sigma_L}$ |
| <i>Rodrigue</i> [6]       | $V = \frac{\frac{1}{12} F}{1 + 0,049 F^{0,75}} \quad (2)$   |

## Omówienie wyników

Korzystając z korelacji przedstawionych w tablicy 1, dokonano uogólnienia postaci modułów bezwymiarowych opisujących przepływ pęcherzy gazowych w cieczach nienewtonowskich, poprzez wstawienie w miejsce lepkości w oryginalnych modułach bezwymiarowych lepkości określanej z modelu potęgowego:

$$\eta = k \gamma^{n-1} \quad (3)$$

– uogólniona liczba *Reynoldsa*  $Re' = \frac{v_b^n d_{bc}^n \rho_L}{k} \quad (4)$

– uogólniona liczba kapilarna  $Ca' = 2^{n-1} \frac{k v_b d_{bc}^{1-n}}{\sigma_L} \quad (5)$

Porównanie doświadczalnych i teoretycznych wartości prędkości przepływu pęcherzy gazowych w cieczach nienewtonowskich, otrzymanych dzięki zaadaptowaniu równania *Abou-El-Hassana* i *Rodrigue'a* dla tych cieczy, umożliwiło sprawdzenie, które z analizowanych równań przewiduje prędkość wznoszenia pęcherzy z najmniejszym błędem.

W metodzie *Abou-El-Hassana* na szczególną uwagę zasługuje fakt, że w definicji liczby prędkości  $V$  występuje szukana prędkość przepływu pęcherza gazowego, co jednoznacznie umożliwia jej obliczenie, jeżeli znamy właściwości reologiczne cieczy. Wynika stąd również inny, wydaje się ważniejszy wniosek, a mianowicie że dokładność określania prędkości przepływu pęcherza gazowego jest taka sama jak dokładność opisu modułu bezwymiarowego zwanego liczbą prędkości – prędkość pęcherza jest bowiem w pierwszej potęgze w równaniu definiującym liczbę prędkości (Tablica 1).

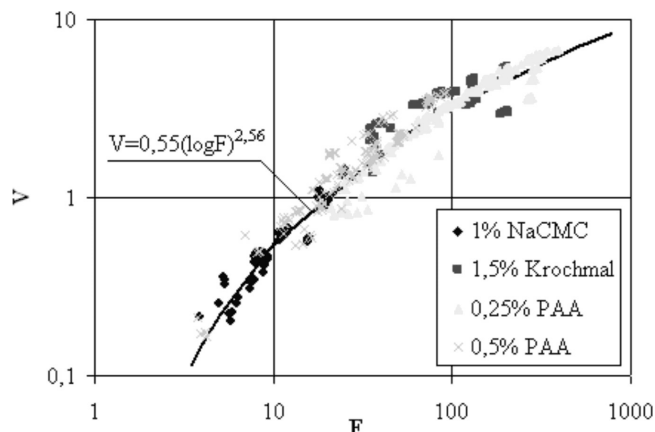
W badaniach nad zagadnieniem prędkości przepływu pęcherzy gazowych zastosowano kilka cieczy nienewtonowskich (1% NaCMC, 1,5% kleik skrobiowy–krochmal, 0,25% i 0,5% PAA) o zróżnicowanym wskaźniku charakterystycznym płynięcia  $n$ , zmieniającym się w zakresie od 0,434 do 0,831. Analiza danych doświadczalnych za pomocą zaadoptowanego na przepływ nienewtonowski równania *Abou-El-Hassana* pozwoliła stwierdzić, że w zakresie liczby przepływu  $F < 20$  metoda ta zawyża otrzymywaną liczbę prędkości  $V$ , natomiast dla liczby przepływu  $F > 100$  zaniża wartość liczby prędkości  $V$ . Okazało się również, że metoda *Abou-El-Hassana* najlepiej sprawdza się w opisie prędkości przepływu pęcherzy w cieczach o silniejszych właściwościach nienewtonowskich. Najmniejszy średni błąd przy wyznaczaniu prędkości pęcherzy gazowych uzyskano dla 0,25% i 0,5% PAA – około 5%, natomiast największy średni błąd dla 1% NaCMC, bo aż 42%. Należy zaznaczyć, że prędkość teoretyczna w tym przypadku była prawie zawsze większa od zmierzonej prędkości eksperymentalnej wznoszących się pęcherzy. Zaadoptowana korelacja *Rodrigue'a*, podobnie jak zaadoptowane równanie *Abou-El-Hassana*, najgorzej opisuje dane doświadczalne w przypadku cieczy o słabych właściwościach nienewtonowskich. Średni błąd dla przepływu pęcherzy w 1% NaCMC wynosi około 27%, w przypadku pozostałych mediów doświadczalnych wynosi on 7%.

W związku z tym dla lepszego opisu danych doświadczalnych zaproponowano zmodyfikowanie oryginalnego równania *Abou-El-Hassana* dla przepływu pęcherzy gazowych w cieczach nienewtonowskich w następujący sposób:

$$V = 0,55(\log F)^{2,56} \quad (6)$$

Średni błąd uzyskiwany podczas wyznaczania prędkości pęcherzy gazowych w cieczach nienewtonowskich w oparciu o zależność (6) nie przekracza 5,5%. Najmniejszy średni błąd wynoszący 3,2% uzyskano przy przepływie pęcherzy gazowych w 0,25% PAA, dla 1% NaCMC wynosił on 2,6%, w przypadku 1,5% kleiku skrobiowego był równy 4,3%. Największy średni błąd uzyskano dla 0,5% PAA i wynosił on 5,4%.

Analiza metody *Abou-El-Hassana* zaadoptowanej dla przepływu pęcherzy gazowych w cieczach nienewtonowskich wykazała, że najlepiej w wyznaczaniu prędkości przepływu pęcherzy w tych cieczach sprawdza się zaproponowane przez



Rys. 1. Porównanie korelacji (6) zaproponowanej przez autorów z przykładowymi danymi doświadczalnymi

Tablica 2  
Zbiorcze zestawienie dokładności wyznaczania prędkości przepływu pęcherzy gazowych w cieczach nienewtonowskich

| Metoda obliczeniowa<br>zaadaptowana dla cieczy<br>nienewtonowskich |                                      | Błąd [%] |      |      |
|--|--------------------------------------|----------|------|------|
|  |                                      | max.     | min. | śr.* |
| <i>Abou-El-Hassana</i>   | Oryginalne<br>równanie (1)           | +50      | -30  | 16,7 |
|  | Modyfikacja<br><i>Rodrigue'a</i> (2) | +50      | -25  | 10,2 |
|  | Modyfikacja<br>autorów (6)           | +30      | -30  | 5,5  |

\* średnia z bezwzględnej wartości błędów dla poszczególnych pomiarów

autorów (6) (średni błąd równy 5,5%, a maksymalny nie przekracza 30%), gorzej zaadaptowane równ. *Rodrigue'a* (średni błąd równy 10,2%). Najgorsze wyniki otrzymywano stosując zaadaptowaną oryginalną korelację *Abou-El-Hassana* (średni błąd równy 16,7%).

### Wnioski

Podsumowując rozważania dotyczące korelacji pozwalających wyznaczyć prędkość pęcherzy gazowych w cieczach nienewtonowskich można stwierdzić, że spośród korelacji poddanych analizie w niniejszej pracy największą dokładnością cechuje się metoda opisana zależnością (6) opierająca się na korelacji będącej modyfikacją równania *Abou-El-Hassana* zaadaptowanego dla cieczy nienewtonowskich. Jak wynika z tablicy 2 pozwala ona na określenie prędkości przepływu wznoszącego się w cieczy pęcherzyka z maksymalnym błędem nie przekraczającym  $\pm 30\%$  i ze średnim błędem 5,5%. Pozostałe metody obliczeniowe poddane analizie charakteryzują się zarówno większym błędem maksymalnym, jak i średnim w oznaczaniu prędkości przepływu pęcherzy gazowych w cieczach nienewtonowskich. Jednocześnie o oryginalności zaproponowanej korelacji opisanej (6), świadczy fakt, że równie dobrze sprawdza się ona w cieczach o słabych, jak i silnych właściwościach nienewtonowskich. Niewątpliwą zaletą tej metody jest również to, że dokładność określania prędkości przepływu pęcherza gazowego w cieczach nienewtonowskich jest taka sama jak dokładność opisu liczby prędkości  $V$  definiującej szukaną prędkość, w przeciwieństwie do metody opartej na klasycznej koncepcji współczynnika oporu ośrodka.

### LITERATURA

1. R.P. Chhabra, D. DeKee: Transport Processes in Bubbles, Drops and Particles, Hemisphere Publishing Corporation, 1992.
2. R.P. Chhabra: Bubbles, Drop and Particles in non-Newtonian Fluids, CRC Press, 1993.
3. M. Dziubiński: Hydrodynamika przepływów mieszanin dwufazowych ciecz-gaz, wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 2005.
4. R. Clift, J.R. Grace, E. Weber: Bubbles, Drops and Particles, Academic Press, 1978.
5. M.E. Abou-El-Hassan: Encyklopedia of Fluid Mech. Chapter 6, Chermisinoff, N. P., Ed. Gulf, 1986.
6. D. Rodrigue: AIChE J. 47 (1), 39 (2001).

Praca została wykonana w ramach projektu badawczego Nr 1 T09C 019 30 finansowanego przez Ministerstwo Edukacji i Nauki.