

ARTUR POŚWIATA  
ZBIGNIEW SZWAST

Wydział Inżynierii Chemicznej i Procesowej, Politechnika Warszawska, Warszawa

# Egzergetyczna optymalizacja poziomego fluidalnego wymiennika ciepła z uwzględnieniem dwufazowego modelu złoża

## Wprowadzenie

Procesy fluidalne znajdują szerokie zastosowanie w tych procesach przemysłowych, w których operuje się rozdrobnionym ciałem stałym. Do najpowszechniejszych procesów fluidalnych należą procesy ogrzewania i suszenia rozdrobnionego ciała stałego oraz procesy reaktorowe, w których rozdrobnione ciało stałe jest jednym z substratów, jak również procesy katalityczne, w których ciało stałe jest katalizatorem reakcji. Niestety matematyczny opis procesów fluidalnych jest dosyć trudny ze względu na bardzo skomplikowaną hydrodynamikę złoża fluidalnego, która w znacznym stopniu zależy od własności ciała stałego. Klasyfikację cząstek ciał stałych ze względu na ich zachowanie w złożu fluidalnym przedstawił Geldart [1]. Wyróżnił on cztery grupy ciał stałych oznaczone literami A, B, C, D. Fluidyzacja ciał stałych typu C i D jest bardzo trudna, a złożo fluidalne pracuje bardzo niestabilnie. Cząstki typu A fluidyzują łatwo tworząc złożo jednorodne, w którym po przekroczeniu minimalnej prędkości pęcherzowania pojawiają się pęcherze czystego gazu. Podczas fluidyzacji cząstek typu B pęcherze pojawiają się zaraz po przekroczeniu minimalnej prędkości fluidyzacji. Wymieszane gaz i ciało stałe tworzą fazę zwaną emulsją. Wokół pęcherzy gazu wznoszących się przez emulsję tworzą się ślady i chmury zawierające gaz i ciało stałe wznoszące się wraz z pęcherzem. W zależności od prędkości gazu zmieniają się objętości i przepływy gazu i ciała stałego w poszczególnych częściach złoża fluidalnego. Do opisu hydrodynamiki złoża fluidalnego dla cząstek typu B i A Kunii i Levenspiel [2] proponują zastosowanie prostego modelu dwufazowego. W modelu tym zakłada się, że złożo fluidalne złożone jest z dwóch faz: fazy pęcherzowej i fazy gęstej. Faza gęsta zawiera ciało stałe i gaz – idealnie wymieszane, podczas gdy gaz w fazie pęcherzowej przepływa w sposób tłokowy. Przez fazę gęstą gaz przepływa z minimalną prędkością fluidyzacji. Średnica pęcherza, stanowiąca parametr złoża, jest stała wzdłuż wysokości tego złoża.

W wcześniejszych pracach [3, 4] autorzy przedstawiali wyniki optymalizacji ogrzewania i suszenia fluidalnego rozdrobnionych ciał stałych w złożu fluidalnym, w którym cząstki ciała stałego są idealnie wymieszane w całej objętości fazy gęstej. W niniejszej pracy przedstawiono problem optymalizacji ogrzewania rozdrobnionego ciała stałego w horyzontalnym fluidalnym wymienniku ciepła, w którym ciało stałe przepływa wzdłuż wymiennika ciepła i nie można przyjąć idealnego wymieszania ciała stałego w całej fazie emulsyjnej.

W rozważanych tutaj fluidalnych poziomych wymiennikach ciepła można wyróżnić dwa główne sposoby prowadzenia pro-

cesu: tzw. proces konwencjonalny i proces niekonwencjonalny. W procesie konwencjonalnym temperatura gazu jest stała wzdłuż całej długości wymiennika ciepła, a zatem siły napędowe procesu wymiany ciepła maleją wzdłuż wymiennika, ponieważ rośnie temperatura ciała stałego. W procesie niekonwencjonalnym temperatura gazu nie jest stała i zmienia się wzdłuż wymiennika. W dalszej części pracy rozważany będzie jedynie proces niekonwencjonalny.

## Poziomy wymiennik ciepła – proces niekonwencjonalny

W przyjętym modelu ogrzewania ciała stałego w poziomym fluidalnym wymienniku ciepła założono, że przepływ ciała stałego wzdłuż długości wymiennika przebiega w sposób tłokowy, zatem brak jest dyspersji wzdłużnej. Ponadto przyjęto idealne wymieszanie ciała stałego w fazie gęstej w poprzecznym przekroju wymiennika. Przyjęto, że w przekroju poprzecznym w fazie gęstej również gaz jest idealnie wymieszany, natomiast brak jest przepływu wzdłuż długości wymiennika. W fazie pęcherzowej założono przepływ tłokowy gazu. Zatem przepływ gazu odbywa się jedynie pionowo od dystrybutora do powierzchni złoża fluidalnego. Dla przyjętych założeń różniczkowy przyrost temperatury ciał stałego wzdłuż długości wymiennika przyjmuje następującą postać:

$$S c_s dT = c_g (T_g(l) - T_k(l)) \rho_g u_g w dl \quad (1)$$

gdzie  $S$  – masowy przepływ ciała stałego [kg/s],  $c_g$  i  $c_s$  – średnie ciepła właściwe odpowiednio gazu i ciała stałego,  $l$  – odległość od początku wymiennika,  $w$  – szerokość wymiennika,  $\rho_g$  – gęstość gazu,  $u_g$  – pozorna prędkość gazu,  $T$  – temperatura ciała stałego,  $T_g$  – wlotowa temperatura gazu i  $T_k$  – wylotowa (końcowa) temperatura gazu.

Zakładając stałą prędkość pozorną gazu wzdłuż całej długości wymiennika ciepła oraz stałą gęstość gazu, różniczkową długość wymiennika  $dl$ , można zastąpić różniczkowym bezwymiarowym przepływem gazu,  $dt$ , zdefiniowanym jako stosunek różniczkowego przepływu gazu do przepływu ciała stałego,  $S$ . Ponadto wprowadzając bezwymiarowe współczynniki oporu transportu ciepła pomiędzy ciałem stałym i gazem w fazie gęstej oraz pomiędzy fazą gęstą i fazą pęcherzową, odpowiednio  $Z_{mf}$  i  $Z_b$ , [3] równanie opisujące przyrost temperatury ciała stałego w różniczkowej objętości złoża fluidalnego przyjmuje postać

$$\frac{dT}{dt} = K\beta(T_g - T) \quad (2)$$

gdzie współczynnik  $\beta$  opisujący kinetykę wymiany ciepła pomiędzy gazem i ciałem stałym i jest zdefiniowany następująco:

$$\beta = (1 - \sigma_g e^{-1/Z_b}) / [1 + Z_{mf} (1 - \sigma_g e^{-1/Z_b})]$$

zaś  $K$  – stosunek ciepła właściwego gazu do ciepła właściwego ciała stałego,  $\sigma_g$  – ułamek gazu przepływający przez fazę pęcherzową. Współczynnik  $\beta$  może przyjmować wartości z zakresu od 0 do 1. Dla współczynnika  $\beta$  równego 1 opory transportu ciepła dążą do zera i dochodzi do równowagi pomiędzy ciałem stałym i gazem opuszczającym złożo fluidalne, zatem temperatura gazu opuszczającego złożo w danym przekroju poprzecznym,  $T_k(l)$ , jest równa temperaturze ciała stałego w tym przekroju,  $T(l)$ . Im opory transportu ciepła są większe tym wartość współczynnika  $\beta$  jest mniejsza, a dla oporów dążących do nieskończoności wartość współczynnika  $\beta$  dąży do zera.

W obliczeniach optymalizacyjnych minimalizowane są całkowite koszty procesu ogrzewania wyrażone w jednostkach egzergii. Przyjęty w obliczeniach wskaźnik jakości ma następującą postać

$$I = \int_0^{t_k} \left[ \frac{1}{2} A (T_g - T_a)^2 - \frac{1}{2} A \mu (T_k - T_a) + \kappa \right] dt \quad (3)$$

gdzie  $A = c_g / T_a$ ,  $T_a$  – temperatura otoczenia,  $\mu$  – współczynnik wykorzystania egzergii gazów odlotowych,  $\kappa$  – egzergiczny współczynnik kosztów inwestycyjnych i kosztów przetwarzania gazów. Dokładne wyprowadzenie wskaźnika jakości można znaleźć w książce [5].

### Rozwiązania optymalne – wnioski

W obliczeniach optymalizacyjnych wykorzystano ciągły algorytm zasady maksimum *Pontriagina* [6]. Uwzględniając transformacje stanu, równanie (2) oraz wskaźnik (3), można zdefiniować hamiltonian w następujący sposób

$$H[\tau_g(t), \tau(t), z(t)] = \frac{1}{2} A \tau_g^2 - \frac{1}{2} A \mu \tau_k^2 + \kappa + z K \beta (\tau_g - \tau) = 0 \quad (4)$$

gdzie  $z$  – zmienna sprzężona, a  $\tau$  i  $\tau_g$  są zdefiniowane jako różnica aktualnej temperatury, odpowiednio ciała stałego i gazu wlotowego oraz temperatury otoczenia,  $\tau_x = T_x - T_a$ .

Proces przebiega optymalnie, jeżeli w każdym punkcie trajektorii optymalnej spełnione są następujące równania:

$$\frac{\partial H}{\partial \tau_g} = A \tau_g - A \mu \tau_k \frac{\partial \tau_k}{\partial \tau_g} + z K \beta = 0 \quad (5)$$

$$\frac{dz}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial \tau} = A \mu \tau_k \frac{\partial \tau_k}{\partial \tau} - z K \beta \quad (6)$$

Równanie (5) opisuje warunek konieczny optymalności dla wlotowej temperatury gazu, różniczkowe równanie (6), zwane równaniem sprzężonym, opisuje zmianę wartości zmiennej sprzężonej, do których należy włączyć jeszcze transformację stanu, równanie (2) – opisuje zmianę wartości zmiennej stanu, tutaj temperatury ciała stałego. Dla równania (6) przyjęto następujące warunki brzegowe dla temperatury ciała stałego: początkowa temperatura ciała stałego (dla  $t = 0$ ) jest równa

temperaturze otoczenia, zatem  $\tau = 0$ , natomiast końcowa temperatura ciała stałego wynosi  $\tau_s$ . Brzegowe wartości zmiennej sprzężonej wynikają z warunków transversalności dla algorytmu optymalizacyjnego i dla zadanej wartości zmiennej stanu zmienna sprzężona jest nieokreślona.

Jako rozwiązanie powyżej zdefiniowanego problemu optymalizacyjnego uzyskuje się profil temperatury ciała stałego:

$$\tau(\tau) = P_2 \sinh(K\beta P_1 t) \quad (7)$$

profil wlotowej temperatury gazu:

$$\hat{\tau}_g(t) = P_2 \sinh(K\beta P_1 t) + P_1 P_2 \cosh(K\beta P_1 t) \quad (8)$$

oraz końcową wartość przepływu gazu:

$$t_k = 1 / (K\beta P_1) \ln \left[ 1 / P_2 \left( \tau_s + \sqrt{\tau_s^2 + P_2^2} \right) \right] \quad (9)$$

gdzie  $P_1 = \sqrt{(1 - \mu) / (1 - \mu(1 - \beta)^2)}$  oraz  $P_2 = \sqrt{2\kappa / [A(1 - \mu)]}$ .

Parametry  $P_1$  i  $P_2$  zależą od wartości współczynników występujących we wskaźniku jakości (3),  $\mu$  i  $\kappa$  oraz współczynnika kinetycznego  $\beta$ . Rozważymy teraz jedynie dwa skrajne przypadki dla współczynnika wykorzystania egzergii gazów odlotowych  $\mu$ : przypadek zupełnego braku wykorzystania egzergii gazu odlotowego,  $\mu = 0$  oraz przypadek całkowitego wykorzystania tej egzergii,  $\mu = 1$ . Dla  $\mu = 0$  wartość parametru  $P_1$  wynosi  $P_1 = \beta^{-1}$ , zatem z równania (7) wynika, że optymalny przebieg temperatury ciała stałego nie zależy od wartości  $\beta$ , również optymalny profil temperatury gazu nie zależy od  $\beta$ , równanie (8). Zatem optymalne profile temperatury ciała stałego oraz gazu nie zależą od kinetyki i hydrodynamiki złoża fluidalnego. Dla całkowitego wykorzystania egzergii gazów odlotowych, poprawne wyniki można uzyskać obliczając granicę równań (7) i (8) przy  $\mu \rightarrow 1$ . W rezultacie uzyskujemy następujące wyrażenie na optymalny profil temperatury ciała stałego  $\tau(\theta) = \tau_s t / t_k$ . Z wyrażenia tego wynika, że optymalny jest liniowy przyrost temperatury ciała stałego wzdłuż wymiennika ciepła. Natomiast z granicy równania (8) wynika, że również optymalny profil temperatury ciała stałego jest liniowy, ponadto stała jest różnica pomiędzy wlotową temperaturą gazu i temperaturą ciała stałego – zastępcza siła napędowa procesu,  $\tau_g - \tau$ . Zastępcza siła napędowa procesu wynosi  $\sqrt{2\kappa / [a(2\beta - \beta^2)]}$ .

### LITERATURA

1. D. Geldart: Chem. Eng. Sci., **39**, nr 10, pp. 1481 (1984).
2. D. Kuni, O. Levenspiel: Fluidization Engineering, Boston, Butterworth-Heinemann, 1991.
3. A. Poświata, Z. Szwał: Inż. Ap. Chem., **39**, nr 3s, 116 (2000).
4. A. Poświata, Z. Szwał: Transport in Porous Media, **66**, 219 (2007).
5. R.S. Berry et al.: Thermodynamic Optimization of Finite-Time Processes, New York, Wiley, 2000.
6. S. Sieniutycz: Optymalizacja w inżynierii procesowej, Warszawa, WNT, 1991.

**Praca wykonana w ramach grantu Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego nr NN208 019434 pt. „Termodynamika i optymalizacja chemicznych i elektrochemicznych generatorów energii wraz z zastosowaniami do ogniw paliwowych”.**