

JERZY SĘK

Wydział Inżynierii procesowej i Ochrony Środowiska, Politechnika Łódzka, Łódź

Modelowanie procesu nasiąkania struktur ziarnistych

Wprowadzenie

Ciała o strukturze porowatej występują powszechnie zarówno, jako materiały pochodzenia naturalnego oraz jako materiały otrzymywane w wyniku procesów technologicznych. Do pierwszych z nich należy zaliczyć wszelkiego rodzaju skały, gleby i grunty oraz drewno. Do drugiej grupy należy ceramika budowlana – cegły, konstrukcje betonowe, spienione tworzywa sztuczne i inne.

Zawartość wilgoci w złożach ziarnistych jest jednym z czynników decydujących o ich właściwościach mechanicznych i procesowych. Zbyt mała lub zbyt duża wilgotność może powodować pogarszanie się wytrzymałości tych struktur na naprężenia zewnętrzne oraz zmieniać izolacyjne właściwości tych materiałów. Ruch wody w takich strukturach jest również odpowiedzialny za przenoszenie substancji chemicznych, które mogą być zarówno zanieczyszczeniami jak i specjalnie wprowadzanymi substancjami. Takie związki chemiczne, zazwyczaj o strukturze emulsyjnej, wprowadzane do wnętrza porów, zabezpieczają je właśnie przed przedostawaniem się wilgoci w głąb pustych przestrzeni, przez co chronią całą strukturę przed zmianami właściwości.

Zależnością wykorzystywaną powszechnie w literaturze przedmiotu do przewidywania szybkości wznoszenia się cieczy w kapilarach jest tak zwane równanie *Washburna* [1]. Zależność ta w swojej klasycznej postaci uwzględnia między innymi zależność przebiegu procesu nasiąkania od promienia przewodu kapilarnego oraz od właściwości fizykochemicznych pochłanianej cieczy. Celem niniejszych rozważań była modyfikacja tej zależności poprzez uwzględnienie wielkości charakteryzujących złożo porowate oraz wprowadzanie do końcowego równania parametrów łatwiejszych do wyznaczenia niż wysokość wzniesienia cieczy w strukturze porowatej.

Rozważania modelowe

Proces nasiąkanie złożeń o strukturze porowatej jest wynikiem jednoczesnego oddziaływania trzech sił: siły wynikającej z istnienia napięcia powierzchniowego, czyli tak zwanej siły kapilarnej, siły grawitacji oraz siły oporów tarcia lepkiego. Jeżeli rozważane jest zachodzenie powyższych zjawisk w pojedynczej, pionowej, cylindrycznej kapilarze to szybkość wznoszenia w warunkach ruchu laminarnego można wyrazić następującą zależnością:

$$v = \frac{dh}{dt} = \frac{r^2 \Delta p}{8\eta h} \quad (1)$$

gdzie:

- v – prędkość wznoszenia się,
- h – wysokość wznoszenia,
- r – promień kapilary,
- η – lepkość cieczy,
- Δp – różnica ciśnienia.

Siła napędową procesu wznoszenia się płynu w kapilarze jest różnica ciśnienia wynikająca z różnicy pomiędzy siłą kapilarną i siłą grawitacji wyrażona wzorem

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{r} - \rho gh \quad (2)$$

gdzie:

- σ – napięcie powierzchniowe,
- g – przyspieszenie ziemskie,
- ρ – gęstość cieczy.

Po podstawieniu zależności (2) do równania (1) oraz całkowaniu otrzymuje się tak zwane równanie *Washburna* [1] zazwyczaj prezentowane w następującej postaci

$$t = \frac{8\eta}{r^2 \rho g} \left(h_{\infty} \ln \frac{h_{\infty}}{h_{\infty} - h} - h \right) \quad (3)$$

gdzie:

- h_{∞} – maksymalna wysokość wzniesienia w kapilarze, gdy Δp osiąga wartość zero.

Zależność (3) łatwa do wykorzystania w sytuacjach zbliżonych do tych, dla których została opracowana nie jest najwygodniejszą do stosowania w przypadkach nasiąkania złoża porowatego. Pomiar wysokości nasiąknięcia h , łatwy do wykonania w przypadku pojedynczej kapilary, w przypadku złoża ziarnistego mogą być bardzo trudny ze względu na problemy obserwacyjne. Samo wzniesienie w poszczególnych punktach przekroju struktury porowatej może być także różne, w zależności od różnic w jej porowatości. Znacznie bardziej miarodajnym parametrem, pozwalającym oceniać przebieg badanych procesów wydaje się być pomiar masy pochłoniętej cieczy m . Pomiar osiagania przez płyn maksymalnego wzniesienia h_{∞} , a tym samym odpowiadającej mu masy m_{∞} jest czasami procesem bardzo długotrwałym, a moment jego zakończenia jest trudny do określenia na przykład z powodu parowania cieczy. Zgodnie z powyższymi uwagami wysokość h można zastąpić masą m_c korzystając z następującego wzoru

$$h = \frac{m_c}{\pi r^2 \rho} \quad (4)$$

Natomiast wielkość h_{∞} można obliczyć za pomocą zależności

$$h_{\infty} = \frac{2\sigma \cos \theta}{r \rho g} \quad (5)$$

Napięcie powierzchniowe σ oraz kąt zwilżania θ występujące w równaniu (5) są parametrami stosunkowo łatwymi do wyznaczenia za pomocą standardowych metod pomiarowych.

Przedstawione powyżej rozważania teoretyczne – wzory (4) i (5), dotyczą zjawiska wznoszenia się cieczy w cylindrycznej kapilarze o promieniu r . W przypadku złoża ziarnistego zna-

cznie wygodniej jest posługiwać się takim parametrem jak porowatość ε . Można go uwzględnić w przedstawionych zależnościach korzystając z teorii *Kozeny-Carmana* [2], zgodnie z którą porowata lub ziarnista struktura materiału jest przedstawiana jako wiązka krętych kapilar. Zatem promień hydrauliczny tych kapilar można przedstawić za pomocą następującej zależności:

$$r_h = \frac{d_p}{6} \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) \quad (6)$$

gdzie:

d_p – średnica zastępcza ziaren złoża.

Wyznaczana w czasie pomiarów masa wchłoniętej cieczy jest zawarta we wszystkich kapilarach przebiegających zgodnie z teorią [2] przez złożo ziarniste. Można oszacować liczbę tych kapilar korzystając ze wzoru na porowatość złoża

$$\varepsilon = \frac{V_c}{V_z} \quad (7)$$

gdzie:

V_c – objętość kapilar,
 V_z – objętość złoża.

Objętość kapilar można obliczyć z zależności:

$$V_c = A_c h_c \quad (8)$$

gdzie:

A_c – pole przekroju kapilar,
 h_c – wysokość kapilar.

Natomiast całkowita objętość złoża będzie równa

$$V_z = A_z h_z \quad (9)$$

gdzie:

A_z – pole przekroju złoża,
 h_z – wysokość złoża.

Długość kapilar można powiązać z wysokością złoża za pomocą wzoru

$$h_c = K_1 h_z \quad (10)$$

gdzie:

K_1 – współczynnik krętości kapilar.

Można założyć, że całkowita liczba kapilar n o promieniu r_h wypełniających pole o powierzchni A_c będzie równa

$$A_c = n\pi r_h^2 \quad (11)$$

lub uwzględniając we wzorze (11) zależność (6)

$$A_c = n\pi \left[\frac{d_p}{6} \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) \right]^2 \quad (12)$$

Podstawiając zależność (12) do wzoru (8) otrzymujemy po uwzględnieniu równania (10)

$$V_c = n\pi \left[\frac{d_p}{6} \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) \right]^2 K_1 h_z \quad (13)$$

a po podstawieniu równań (13) i (9) do wzoru (7) i uproszczeniach

$$\varepsilon = \frac{n\pi \left[\frac{d_p}{6} \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) \right]^2 K_1}{A_z} \quad (14)$$

Liczbę kapilar można wyznaczyć przekształcając wzór (14) do postaci

$$v = \frac{\varepsilon A_z}{\pi \left[\frac{d_p}{6} \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) \right]^2 K_1} \quad (15)$$

Masę cieczy wchłoniętą przez pojedynczą kapilarę korzystając ze wzoru (15) można obliczyć na podstawie masy m całkowitej ilości cieczy wchłoniętej przez złożo porowate

$$m_c = \frac{m}{n} \quad (16)$$

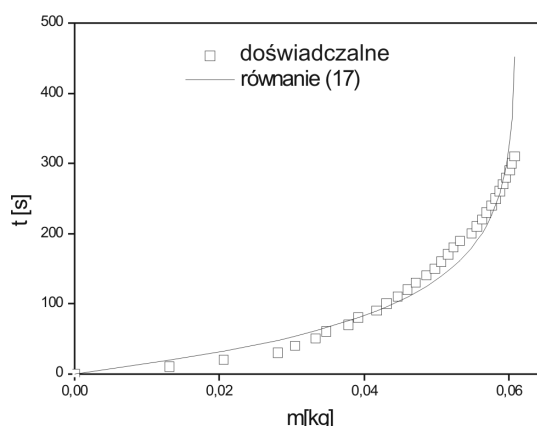
Przyjmując, że zdefiniowany równaniem (6) promień hydrauliczny jest tożsamy z promieniem kapilary r we wzorach (3–5), oraz podstawiając zależności (4, 5) do wzoru (3) z uwzględnieniem wzoru (6) uzyskuje się

$$t = \frac{288\eta(1-\varepsilon)^2}{d_p^2 \varepsilon^2 \rho g} \left(\frac{12\sigma(1-\varepsilon) \cos \Theta}{d_p \varepsilon \rho g} \times \right. \\ \left. \times \ln \frac{\frac{12\sigma(1-\varepsilon) \cos \Theta}{d_p \varepsilon \rho g}}{\frac{12\sigma(1-\varepsilon) \cos \Theta}{d_p \varepsilon \rho g} - \frac{6m_c(1-\varepsilon)^2}{\pi d_p^2 \varepsilon^2 \rho}} \right) \quad (17)$$

Zależność (17) jest zmodyfikowaną postacią równania (3) przystosowaną do badania procesów nasiąkania ziół ziarnistych.

Weryfikacja modelu

Podjęto próbę opisu danych doświadczalnych dotyczących procesu nasiąkania wodą złoża piasku kwarcowego, korzystając z własnych wyników badań eksperymentalnych. Przyjęto następujące wartości parametrów występujących w równaniu (17): $\varepsilon = 0,33$, $d_p = 0,003$ m, $A_z = 0,0015$ m², $\eta = 0,001$ Pa·s, $\rho = 1000$ kg/m³, $\sigma = 0,071$ N/m, $\Theta = 0$. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 1 wraz z wynikami pomiarów.



Rys. 1. Opis danych doświadczalnych za pomocą równania (17)

Można stwierdzić, że proponowane równanie pozwala zadowalającą dokładnością przybliżyć wyniki pomiarów.

LITERATURA

1. *S.J. Kowalski*: Inżynieria materiałów porowatych, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 2004.
2. *J. Sęk*: Wyd. Pol. Łódzkiej, Zesz. Nauk. nr 950, Rozprawy Nauk. z. 338 (2004).