

Leszek WESOŁOWSKI, Andrzej BOCHAT

e-mail: bochat@utp.edu.pl

Zakład Techniki Rolniczej, Wydział Inżynierii Mechanicznej, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, Bydgoszcz

Próba modelowania bijakowego rozdrabniania materiałów ziarnistych

Wstęp

Rozdrabnianiem nazywamy proces podziału materiału na mniejsze cząstki, przy użyciu części roboczych maszyn, pokonujących siły spójności cząstek materiału. Rozdrabnianie materiałów jest efektem oddziaływania takich procesów jak: rozłupywanie, zgniatanie, rozcieranie lub rozbijanie poprzez uderzenia cząstek materiałów.

Przy wyborze metody rozdrabniania należy uwzględnić właściwości mechaniczne rozdrabnianego materiału, dobierając taki sposób działania elementów roboczych, aby uzyskać wymagany stopień rozdrobnienia przy najmniejszym zużyciu energii i możliwie najmniejszych naprężeniach niszczących rozdrabnianego materiału.

Proces rozdrabniania jest rozpatrywany w trzech zasadniczych ujęciach takich jak wydajność, energochłonność oraz stopień rozdrobnienia.

W technice rolniczej stosuje się obecnie następujące rodzaje rozdrabniaczy ziaren zbóż i innych roślin pastewnych:

- śrutowniki tarczowe,
- śrutowniki walcowe,
- gniotowniki,
- rozdrabniacze bijakowe.

Ze względu na brak adekwatnych modeli opisujących rozdrabnianie materiału za pomocą rozdrabniaczy bijakowych, podjęto próbę modelowania procesu, co stanowi cel pracy.

Klasyczne teorie rozdrabniania

W teorii rozdrabniania materiałów rozpatruje się kilka klasycznych modeli rozdrabniania, uwzględniających zależności między pracą wydatkowaną na przyrost powierzchni rozdrabnianego materiału, i zmiennością wymiarów rozdrabnianych cząstek.

Teoria powierzchniowa *Rittingera* definiuje energię potrzebną do rozdrabniania materiału jako pracę proporcjonalną do przyrostu pola powierzchni właściwej ziaren. Według tego badacza degradacja materiału jest skutkiem oddziaływania naprężeń stycznych powstałych w materiale w wyniku oddziaływania sił tnących [1]. Energia niezbędna do degradacji ziaren jest proporcjonalna do przyrostu pola powierzchni, będących wynikiem rozdrabniania [2]:

$$E = K \left(\sum_{j=1}^r \gamma_{jp} \frac{1}{d_{jp}} - \sum_{i=1}^p \gamma_{in} \frac{1}{d_{in}} \right) \quad (1)$$

gdzie:

- E – energia procesu rozdrabniania,
- K – współczynnik zależny od kształtu ziarna i ciężaru właściwego materiału,
- d_{jp}, d_{in} – średnice ziaren w poszczególnych klasach nadawy i produktu,
- r, p – liczba klas produktu i nadawy,
- γ_{jp}, γ_{in} – udział klas w nadawie i produkcie.

Kolejną teorią w procesie rozdrabniania jest teoria objętościowa *Kicka*. Definiuje on pracę rozdrabniania jako iloczyn pracy jednostkowej i masy rozdrabnianego materiału lub jego objętości pomnożonej przez gęstość [2]. Energia niezbędna do rozdrobnienia materiału jest funkcją kolejnych stadiów kruszenia ziarna:

$$E = k_z E_j \frac{Q}{100} \left[\sum_{j=1}^r \gamma_p \ln \frac{1}{d_p} - \sum_{i=1}^p \gamma_n \ln \frac{1}{d_n} \right] \quad (2)$$

gdzie:

- E – energia procesu rozdrabniania,
- k_z – współczynnik proporcjonalności,

- E_j – energia jednostkowa,
- Q – wydajność rozdrabniania,
- r, p – liczba klas produktu i nadawy,
- d_p – średnice cząstek nadawy,
- d_n – średnice cząstek produktu,
- γ_p – udziały klasowe produktu,
- γ_n – udziały klasowe nadawy.

Kick definiuje energię niezbędną do podziału ziarna przez działanie sił i naprężeń prostopadłych, natomiast *Rittinger* uważa, że podział jest spowodowany oddziaływaniem siły stycznej. Hipoteza ta określa energię pęknięcia [2, 3].

Według badań przeprowadzonych przez *Rumpfa* istnieją zależności między wymiarami ziaren a stanami naprężeń, potwierdzające słuszność hipotezy *Rittingera* [4].

Bond określił, że proces rozdrabniania można traktować jako przejście w zniszczenie ziarna o nieskończenie dużych rozmiarach do nieskończenie dużej liczby ziaren o wymiarach niemal równych zeru [2, 5–8]:

$$E = 10W_i \left(\frac{1}{\sqrt{d_{80}^p}} - \frac{1}{\sqrt{d_{80}^n}} \right) \quad (3)$$

gdzie:

- E – energia procesu rozdrabniania,
- W_i – indeks *Bonda*, wyznaczany empirycznie, określa podatność materiału na mielenie,
- d_{80}^p, d_{80}^n – wymiary oczek sit, przez które przechodzi 80% odpowiednio produktu rozdrabniania lub nadawy.

Walker zaproponował uogólnioną różniczkową hipotezę rozdrabniania uwzględniając zależność między energią rozdrabniania a uziarnieniem [9, 10]:

$$dE = -K \left(\frac{dx}{x^n} \right), \quad 1 \leq n \leq 2 \quad (4)$$

gdzie:

- dE – energia procesu rozdrabniania niezbędna do zmniejszenia wymiaru liniowego cząstki,
- K, n – stałe zależne od właściwości rozdrabnianego materiału,
- x – wymiar liniowy cząstki.

Po scałkowaniu zależności (4) otrzymano wzór na energię rozdrabniania:

$$E = K \left(\frac{1}{d_p^w} - \frac{1}{d_n^w} \right) \quad (5)$$

gdzie:

- K – miara podatności badanego materiału na rozdrabnianie, zależy od jego krystalicznej struktury i liczby defektów sieci [2, 4, 10–12],
- w – stała materiałowa, która wpływa na energochłonność procesu rozdrabniania i przyjmuje wartości z przedziału $0 < w < 1$ [9],
- d_p^w, d_n^w – średnice odpowiednio produktu i nadawy.

Modelowanie kinematyki procesu rozdrabniania materiałów ziarnistych w rozdrabniaczu bijakowym

W rozdrabniaczu bijakowym ziarno jest rozdrabniane przez uderzenia bijaka o materiał oraz uderzenie materiału o sita lub płytę rozbijającą. Rozdrobniony materiał przechodzi z komory rozdrabniania na zewnątrz przez sito. Ziarno znajdujące się w komorze roboczej krąży do momentu osiągnięcia wymaganego stopnia rozdrobnienia. Stopień rozdrobnienia materiału jest uzależniony od prędkości obwodowej bija-

ków, kształtu bijaków, kąta opasania oraz wielkości otworów w sitach. Wydajność rozdrabniacza bijakowego można opisać jako funkcję obciążenia komory w czasie:

$$W = \frac{m}{t} \quad (6)$$

gdzie:

- W – wydajność rozdrabniacza bijakowego,
- m – masa rozdrabnianego ziarna,
- t – czas przebywania ziarna w komorze roboczej.

Czas przebywania ziarna w komorze roboczej jest uzależniony od krotności krążenia k_k oraz średniej prędkości krążącej masy ziaren. Średnią prędkość przyjęto jako prędkość wypadkową rozdrabnianej cząstki materiału na końcu bijaka.

$$k_k = \frac{tv_w}{2\pi R} = \frac{mv_w}{W2\pi R} \quad (7)$$

gdzie:

- k_k – krotność krążenia materiału w komorze roboczej,
- v_w – prędkość wypadkowa krążącego ziarna,
- R – promień wirnika.

Prędkość poruszających się ziaren w komorze roboczej zależy od prędkości obrotowej wirnika oraz zastosowanego rozwiązania konstrukcyjnego bijaków. Na rys. 1 przedstawiono rozkład prędkości cząstki ziarna, znajdującej się w komorze roboczej rozdrabniacza bijakowego z uwzględnieniem kształtu bijaków.

W przypadku rozdrabniania ziaren zbóż z zastosowaniem bijaków w kształcie prostokątnianu (Rys. 1a), wektor prędkości stycznej rozdrabnianej cząstki jest w przybliżeniu równy zero, a wektor prędkości normalnej jest w przybliżeniu równy prędkości obwodowej końca bijaka (9).

$$v_n \cong v_r \quad (8)$$

$$v_n \cong \omega R \quad (9)$$

gdzie:

- v_n – prędkość normalna rozdrabnianej cząstki ziarna,
- v_r – prędkość obwodowa bijaka,
- ω – prędkość kątowa wirnika rozdrabniacza.

Zastosowanie bijaka w kształcie prostokątnianu powoduje, że rozdrabniany materiał krąży w komorze rozdrabniacza, tworząc wirujący pierścien. Niedogodnością takiego rozwiązania jest zmniejszenie wydajności procesu rozdrabniania, zwiększenie zawartości frakcji pylistej oraz utrata wartości biologicznych rozdrabnianego materiału [13].

W przypadku rozdrabniania ziaren zbóż zespołem roboczym z bijakami w kształcie wycinka kołowego (Rys. 1b), prędkość normalna rozdrabnianej cząstki jest równa stosunkowi prędkości obwodowej bijaka do cosinusa kąta bijaka. Kierunek i wartość prędkości wypadkowej rozdrabnianej cząstki zależy od prędkości wirnika i kąta zawartego między powierzchnią czołową bijaka a jego osią symetrii:

$$v_r = \omega R \quad (10)$$

$$v_n \cong \frac{v_r}{\cos \alpha} = \frac{\omega R}{\cos \alpha} \quad (11)$$

$$v_w \cong \frac{v_n}{\cos \alpha} = \frac{\omega R}{\cos^2 \alpha} \quad (12)$$

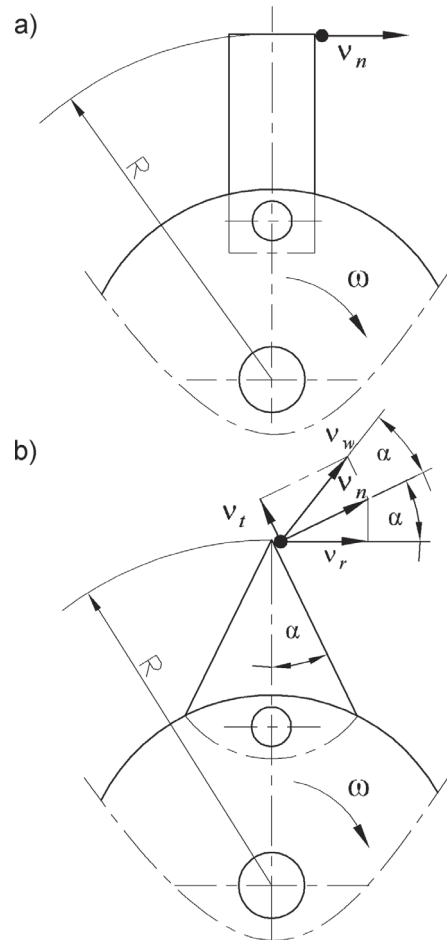
gdzie:

- α – kąt bijaka.

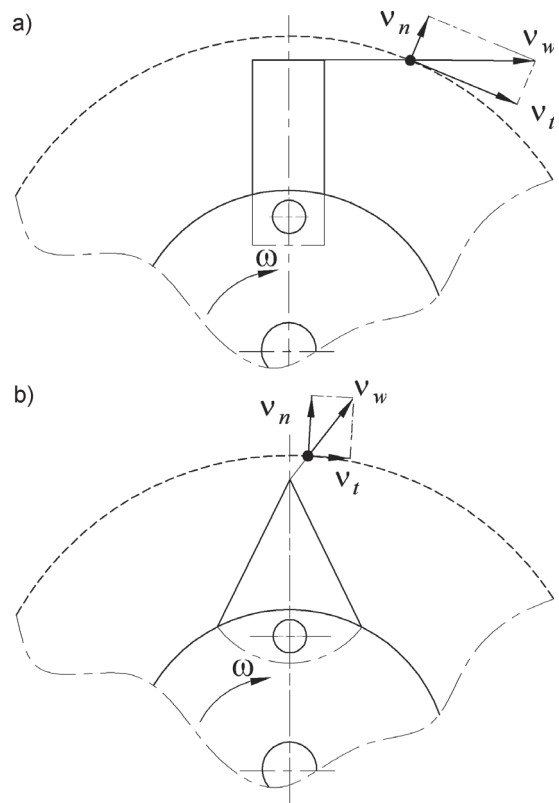
Zastosowanie w wirniku rozdrabniacza bijaka w kształcie wycinka koła powoduje, że rozdrobnione cząstki nie tworzą wirującego pierścienia, tylko padają pod większym kątem na powierzchnię sita i zostają wypchnięte poza komorę roboczą (Rys. 2).

Ostatecznie prędkość wypadkową rozdrabnianego ziarna zdefiniowano z uwzględnieniem kształtu bijaka. Parametrem wprowadzającym ten czynnik konstrukcyjny do wzoru jest kąt bijaka zawarty między osią symetrii a jego powierzchnią czołową:

$$v_w = \frac{\omega R}{\cos^2 \alpha} \quad (13)$$



Rys. 1. Schemat rozkładu prędkości ziarna przy zderzeniu z bijakiem: a) bijak w kształcie prostokątnianu, b) bijak w kształcie wycinka koła



Rys. 2. Schemat rozkładu prędkości ziarna przy uderzeniu o sito: a) bijak w kształcie prostokątnianu, b) bijak w kształcie wycinka koła

Modelowanie energochłonności rozdrabniania w rozdrabniaczu bijakowym

Energochłonność rozdrabniaczy bijakowych jest zależna od czynników konstrukcyjnych oraz właściwości rozdrabnianego materiału. Całkowita energia niezbędna do przeprowadzenia procesu rozdrabniania, jest sumą energii rozdrabniania oraz energii biegu jałowego:

$$E_c = E_R + E_o \quad (14)$$

gdzie:

E_R – energia rozdrabniania,
 E_o – energia biegu jałowego.

Energię rozdrabniania ziaren zbóż można wyznaczyć z zależności:

$$E_R = E_c - E_o \quad (15)$$

$$E_c = E_j m \quad (16)$$

gdzie:

E_j – energia jednostkowa rozdrabniania,
 m – masa rozdrabnianego ziarna.

Energia jednostkowa niezbędna do przeprowadzenia podziału materiału jest funkcją poboru mocy przez zespół roboczy rozdrabniacza bijakowego względem ilości rozdrobnionego materiału. Rozważając ten proces w stosunku do jednostki masy, masy otrzymuje się wzór na energię jednostkową:

$$E_j = \frac{N}{W} \quad (17)$$

gdzie:

N – pobór mocy przez zespół roboczy rozdrabniacza,
 W – wydajność rozdrabniania.

Proces rozdrabniania w rozdrabniaczu bijakowym jest najbardziej intensywny na obwodzie wirnika, w celu obliczenia zapotrzebowania na moc można przyjąć, że cząstka materiału, po uderzeniu przez bijak, zmienia prędkość o $\Delta\omega$, przy czym zmiana tej prędkości jest proporcjonalna do prędkości wypadkowej rozdrabnianej cząstki materiału na końcu bijaka. Moc potrzebna do rozdrobnienia materiału jest iloczynem prędkości wypadkowej rozdrabnianej cząstki i siły rozdrabniania, natomiast moc oporów biegu jałowego jest funkcją momentu obrotowego i prędkości kątowej względem czasu potrzebnego do rozdrobnienia.

$$N_c = P v_w \quad (18)$$

$$N_o = \frac{I\omega^2}{2t} \quad (19)$$

gdzie:

N_c – moc potrzebna do rozdrobnienia materiału,
 P – siła oporu rozdrabniania cząstek na obwodzie wirnika,
 N_o – moc oporu biegu jałowego,
 I – moment bezwładności zespołu roboczego.

Należy przy tym zaznaczyć, iż jedną z niedogodności procesu rozdrabniania jest to, że rozdrobniony materiał pomimo uzyskaniażądanego stopnia rozdrobnienia, krąży w przestrzeni roboczej rozdrabniacza. W związku z taką sytuacją można wyróżnić uderzenia użyteczne jak i uderzenia zbędne, które powodują dłuższe przebywanie materiału w komorze roboczej. Dane doświadczalne wskazują, że rozdrobnienie ziarna jęczmienia następuje przy prędkości 42 m/s i 30–40 uderzeniach. Zakładając, że w czasie t zostanie rozdrobniony materiał o masie m , liczba całkowitych uderzeń powodujących rozdrobnienie materiału będzie równa:

$$n = z \frac{\omega}{2\pi} t \quad (20)$$

$$n - n_i = n_j \quad (21)$$

gdzie:

z – liczba bijaków,
 n_i – liczba użytecznych uderzeń,

n_j – liczba zbędnych uderzeń.

Masę materiału krążącego w komorze rozdrabniania wyznaczono na podstawie parametrów konstrukcyjnych komory rozdrabniania [3]:

$$m = 2\pi R L h_m \rho \quad (22)$$

gdzie:

L – szerokość wirnika,
 h_m – grubość warstwy krążącego materiału,
 ρ – gęstość rozdrabnianego materiału,
 μ – koncentracja materiału.

Po przekształceniach powyższych wzorów, równanie energii rozdrabniania przyjmuje postać:

$$E_R = E_c - E_o = \left(E_j m - \frac{I\omega^2}{2} \right) \quad (23)$$

$$E_R = \left(z \frac{\omega}{2\pi} t m v_w^2 - \frac{I\omega^2}{2} \right) \quad (24)$$

$$E_R = \left(R L h_m \rho \mu z \omega t m v_w^2 - \frac{I\omega^2}{2} \right) \quad (25)$$

Podsumowanie

Istotnym problemem badawczym jest poszukanie modelu matematycznego, który pozwoli jednoznacznie opisać cechy konstrukcyjne zespołu roboczego wpływające na energochłonność procesu rozdrabniania. W pracy przedstawiono klasyczne teorie rozdrabniania opisujące zależność między energią a procesem degradacji ziaren. Niedogodnością tych modeli jest brak parametrów opisujących cechy konstrukcyjne maszyn służących do degradacji materiałów. Niedogodność ta ma istotny wpływ na obliczenie bilansu energii procesu rozdrabniania w ujęciu metody jak i maszyny realizującej ten proces.

Z przeprowadzonej analizy procesu rozdrabniania wynika, że kształt bijaków ma zasadniczy wpływ na energochłonność procesu rozdrabniania. Prędkość wypadkowa i kierunek lotu rozdrabnianego ziarna determinuje czas przebywania w komorze rozdrabniacza i energochłonność procesu. Dużą niedogodnością procesu rozdrabniania są straty energii wynikające z tarcia ziaren bez skutku ich rozdrobnienia, straty energii kinetycznej i potencjalnej związane z deformacją ziaren. Wielkości tych strat są jednak trudne do oszacowania i opisanie matematycznego.

LITERATURA

- [1] P. C. Kapur, K. Schoenert, D. W. Furstenau: International Journal of Mineral Processing, 29, 221 (1990).
- [2] M. Brozek, W. Mączka, T. Tumidajski: Rozprawy monograficzne, Wyd. AGH, Kraków 1995
- [3] J. Dimitrewski: Teoria i konstrukcja maszyn rolniczych t.3, PWRiL, Warszawa 1992
- [4] H. Rumpf: Pow. Tech. 7, 145 (1976).
- [5] L. G. Austin, K. Brame: Pow. Tech. 34, 261(1983).
- [6] C. Bingchen, Z. Lingjia, Z. Chongbo: Development of a stimulating algorithm for Bond rod and ball mill work indices. XVII Int. Mineral Processing Congress, 1, 65 Dresden 1991.
- [7] G. C. Lowrison: Crushing and grinding. Butterworths, London 1974.
- [8] N. Magdalinović: International Journal of Mineral Processing, 27, 125 (1989).
- [9] E. M. Sokolowski: Materiały IX Gliwickiego Sympozjum Teorii i Praktyki Procesów Przerobczych. Podstawowe Problemy Procesów Rozdrabniania, 131, Gliwice 1992.
- [10] V. R. Voller: Pow. Tech. 36, 281 (1983).
- [11] I. Brach: Przegląd Mechaniczny, 14, 421 (1962).
- [12] I. Brach: Przegląd Mechaniczny, 15, 429 (1962).
- [13] A. Bochat, L. Wesolowski: Inż. Ap. Chem. 48, nr 2, 25 (2009).